

## Моделирование процесса формообразования складчатого заполнителя с асимметричной складчатой структурой

**В.И. ХАЛИУЛИН**,  
д-р техн. наук,  
**П.А. ПЕТРОВ**  
(КНИТУ-КАИ, Казань),  
**Р.Ш. ГИМАДИЕВ**,  
д-р техн. наук  
(КГЭУ, Казань),  
**Н.В. ЛЕВШОНКОВ**,  
канд. техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
pla.kai@mail.ru

*Исследованы принципы построения векторной модели трансформирования для производства складчатых конструкций с асимметричным строением типового фрагмента – элементарного модуля. С целью создания теоретической базы для проектирования кинематической схемы формообразующего узла технологического оборудования разработана векторная модель трансформирования асимметричного Z-гофра. Представлен пример расчета кинематики движения складчатой структуры, проанализированы закономерности траекторий узловых точек.*

**Складчатый заполнитель многослойной панели, асимметричная структура рельефа, технология изготовления, векторная модель трансформирования**

Заполнители складчатой структуры являются перспективным материалом для создания звуко- и энергопоглощающих конструкций [1–3]. В настоящей работе исследуется семейство складчатых конструкций, отличительным признаком которых является асимметричное строение их элементарных модулей. Асимметрия достигается введением в разметку канонических структур [4, 5] изломов по пилообразным линиям, что проиллюстрировано на примере Z-гофра (рис. 1, а). Здесь: 1 – вертикальные линии в каноническом Z-гофре; 2 – вертикальные пилообразные линии в асимметричном Z-гофре. В результате формируются структуры с уникальными свойствами трансформирования, а именно, на первом этапе, после выхода из плоского состояния развертки, высота рельефа увеличивается до определенного предела. На последующем этапе грани наклоняются в одну сторону, и высота рельефа уменьшается (рис. 1, б). В конце трансформирования все грани принимают горизонтальное положение и в совокупности, если пренебречь их толщиной, образуют плоскость.

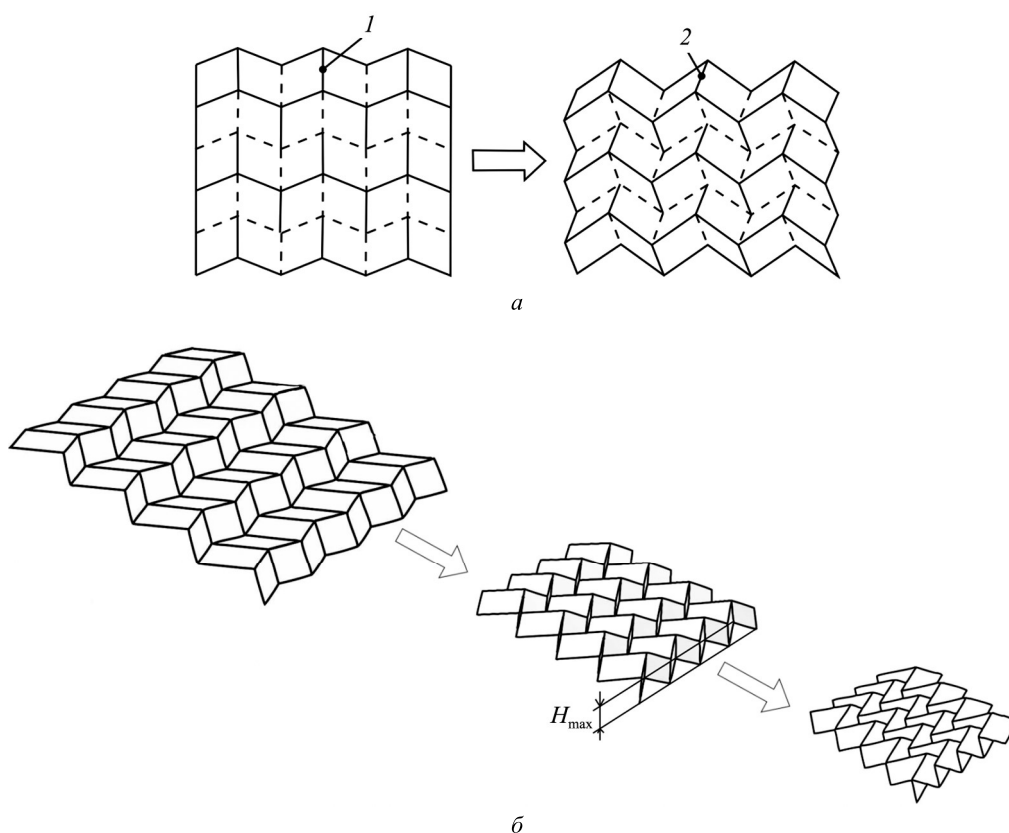


Рис. 1. Схема трансформирования асимметричной складчатой структуры:  
а – преобразование канонической развертки в асимметричную; б – этапы трансформирования структуры

В настоящей работе исследуется процесс трансформирования и разрабатывается математическая модель для расчета траекторий движения узловых точек структуры. Данная задача актуальна для проектирования технологического оборудования.

Возможность синтеза асимметричных структур с различной архитектурой рельефа рассмотрена в работе [6] при разработке технологического оборудования, когда возникает необходимость в расчете траектории перемещения его исполнительных узлов, и для проектирования механизмов с заданной кинематикой их работы [7, 8].

Для изготовления асимметричного складчатого заполнителя можно рассматривать концепции как синхронного [9], так и циклического складывания [10–12], в том числе в ротационном варианте. Выбор схемы будет зависеть от материала и состояния заготовки.

При условии податливого состояния заготовки и ее низкой изгибной жесткости допустимо использование синхронной схемы складывания. Отметим, что материал заготовки имеет значительную жесткость при растяжении в своей плоскости. Кроме того, материал может характеризоваться совершенно незначительной или почти нулевой драпируемостью, что характерно для композитов и синтетических бумаг.

Синхронные технологические схемы рассчитаны на использование заготовки конечного размера. В качестве формообразующего узла применяются трансформирующие матрицы [13] (рис. 2).

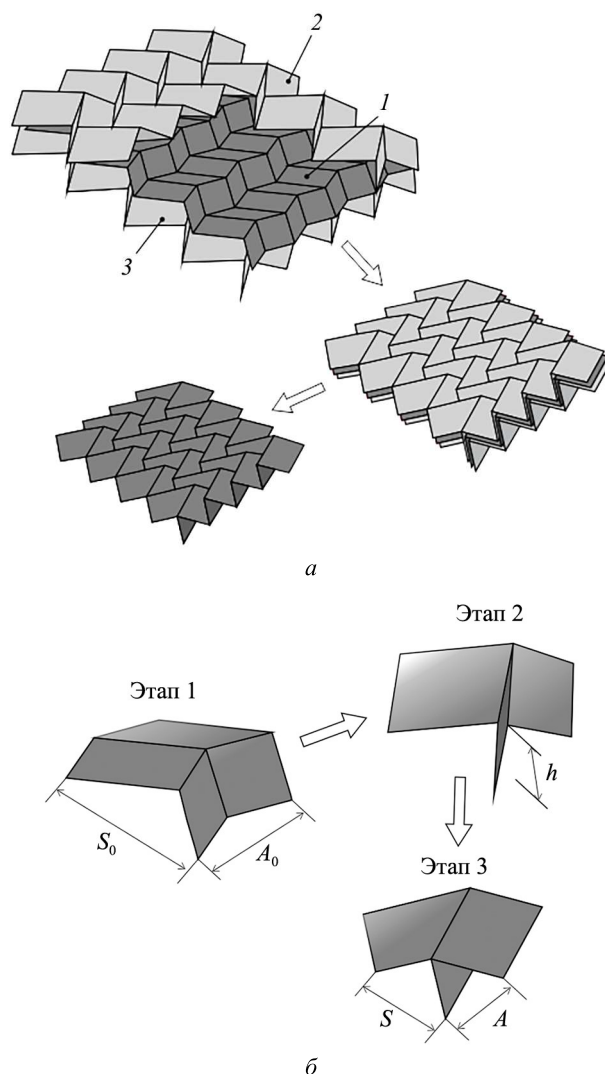


Рис. 2. Схема синхронного формообразования асимметричного Z-гофра:  
 а – процесс формообразования; б – трансформирование элементарного модуля по этапам

На этапе 1 элементарный модуль находится в горизонтальной плоскости, на этапе 2 элементарный модуль в процессе трансформирования становится объемным, на этапе 3 элементарный модуль распола-

гается в поверхности, близкой к горизонтальной плоскости (рис. 2, б). Преимуществом данной схемы является полное отсутствие деформации материала в гранях. Формообразование производится исключительно локальным изгибом вдоль ребер структуры.

Для реализации изготовления складчатой структуры с асимметричным рельефом необходимо переформатировать конструкцию трансформируемых матриц. Их развертка и рельефное состояние должны соответствовать геометрии асимметричного Z-гофра (см. рис. 2). Следует учитывать также, что конечный этап трансформирования характеризуется горизонтальным расположением граней структуры.

На рис. 2, а заготовка 1, изготовленная из любого тонколистового материала, включая препреги и металл, устанавливается между трансформируемыми матрицами 2, 3. Затем собранный технологический пакет выводится в рельефное положение. В отличие от канонического процесса, здесь матрицы с заготовкой на конечном этапе располагаются в поверхности, близкой к горизонтальной плоскости (рис. 2, б), как показано на примере одного фрагмента трансформируемой матрицы.

Другой концепцией формообразования является циклическое складывание, варианты которого применительно к каноническому Z-гофру были исследованы в работе [10].

Учитывая геометрические особенности асимметричных структур, а именно горизонтальное положение граней складки на окончательном этапе, целесообразно рассматривать схему гибридного складывания в поперечном направлении [10].

Характерной особенностью гибридной схемы является наличие в зоне формообразования двух участков. На первом участке формируется линейный гофр, в то время как на втором – Z-A-гофр. Оба процесса осуществляются параллельно. Циклическая организация данного процесса позволяет осуществлять непрерывное складывание складчатой структуры из бесконечной ленты.

На рис. 3 показан процесс циклического гибридного поперечного складывания асимметричного Z-гофра.

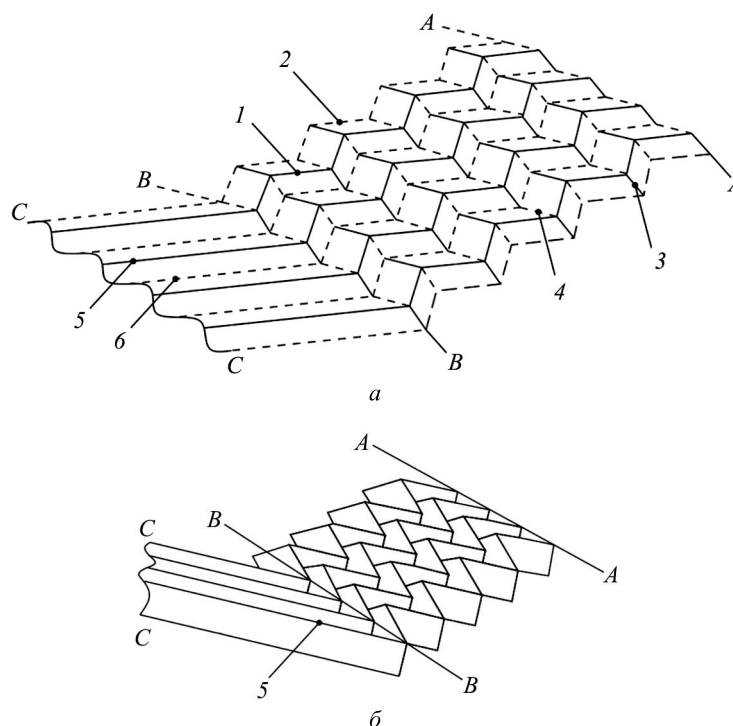


Рис. 3. Схема циклического гибридного складывания асимметричного Z-гофра:  
а – подача заготовки в зону формообразования; б – формообразование гибридного рельефа

Гибридное складывание в продольном направлении реализуется следующим образом в несколько этапов.

1. Подача непрерывной ленты в зону формообразования, располагающуюся на участке между линиями А-А и С-С.

2. Формообразование изгибом (скадыванием) заготовки одновременно по зигзагообразным 1, 2, пилообразным 3, 4 и прямым 5, 6 линиям с образованием гибридной складчатой структуры из асимметричного Z-гофра, сопряженного с разносторонним треугольным гофром по отрезку пилообразной линии.

3. Растяжение отформованного участка детали до плоского состояния и подача заготовки на величину, равную шагу  $S_0$  между ломаными пилообразными линиями.

4. Повторение цикла формообразования до получения рельефной детали с гибридной асимметричной рельефной детали нужной длины.

Отличительными особенностями процесса формообразования асимметричного Z-гофра является складывание участка A-Z-гофра с эквидистантно расположенными ломаными пилообразными линиями; разная ширина полос линейного гофра, зависящая от структуры A-Z-гофра; изменение направления движения участка со складчатым рельефом на угол  $\alpha$  по отношению к подаче заготовки. При складывании до предельно сжатого состояния грани A-Z-гофра и линейного гофра укладываются на горизонтальную поверхность, что является ключевым преимуществом схемы, так как обеспечивается возможность придания структуре плоского состояния с образованием четко обозначенных ребер.

Недостатком является ограниченная область применения материалов. При поперечном гибридном складывании происходит трансформация ребер линейного гофра в зигзагообразные. Данный процесс осуществим лишь для узкого круга материалов, например полимерных бумаги марки «Nomex» и «Kevlar» или препрегов на определенной стадии отверждения. К ограничениям также следует отнести конструктивно-технологические сложности. Формообразованию сопутствуют сложные траектории перемещения точек A-Z-структуры, что существенно затрудняет проектирование формообразующего узла со сложной кинематикой.

Для реализации процесса складывания по гибридной схеме необходимо технологическое оборудование с соответствующим формообразующим узлом. Для проектирования его кинематической схемы рассмотрим законы перемещения точек узлового фрагмента (элементарного модуля) с сопряженным с ним участком линейного гофра (рис. 4). Символ «\*» соответствует начальному положению узла, отсутствие символа – его конечному положению.

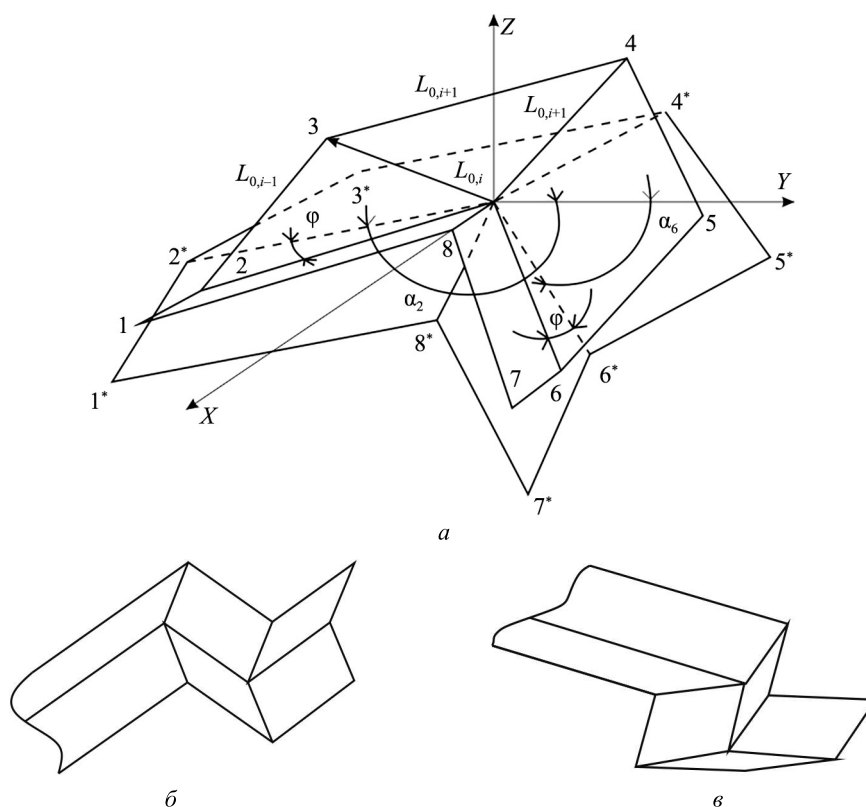


Рис. 4. Векторная модель трансформирования фрагмента гибридного участка асимметричной структуры: а – элементарный модуль; б – развертка элементарного модуля; в – типовой гибридный фрагмент

Изучение процесса трансформирования регулярных складчатых структур основывается на выделении из объема структуры типового, периодически повторяющегося фрагмента – элементарного модуля. Закономерности его трансформирования справедливы для всего рельефа структуры. Обозначим векторы, связывающие узловые точки  $i$  и  $j$ , как  $\overline{L_{i,j}}$ .

Для получения векторных уравнений воспользуемся следующими условиями.

1. Ребра элементарного модуля в процессе трансформирования не меняют своей длины. Тогда связь точек  $M_i$  ( $i = 1, 2 \dots 8$ ) ребрами, расположенными по периметру, дает уравнения вида

$$|L_{i,i+1}|^2 = \sum_{k=1}^3 (L_{k,i+1} - L_{k,i})^2 \quad (i = 1, 2 \dots 8), \quad (1)$$

$$L_1 = X; \quad L_2 = Y; \quad L_3 = Z.$$

2. Недеформируемость центральных лучей выражается соотношениями

$$|L_i|^2 = \sum_{k=1}^3 L_{k,i}^2 \quad (i = 2, 4, 6, 8). \quad (2)$$

3. В силу постоянства размеров граней между парами точек  $M_i$  и  $M_{i+2}$  ( $i = 2, 4, 6, 8$ ), лежащих в соответствующих гранях, можно записать следующие уравнения:

$$|L_{i,i+2}|^2 = \sum_k (L_{k,i+2} - L_{k,i})^2 \quad (i = 2, 4, 6, 8). \quad (3)$$

4. Условие нахождения точек  $M_i$  ( $i = 1, 3, 5, 7$ ) в плоскости соответствующих граней на всех этапах трансформирования дают зависимости типа

$$\begin{matrix} X_i - X_0 & Y_i - Y_0 & Z_i - Z_0 \\ X_{i-1} - X_0 & Y_{i-1} - Y_0 & Z_{i-1} - Z_0 \\ X_{i+1} - X_0 & Y_{i+1} - Y_0 & Z_{i+1} - Z_0 \end{matrix} = 0 \quad (i = 1, 3, 5, 7), \quad (4)$$

где  $X_0, X_{i-1}, X_{i+1}$  и т. д. – координаты центрального узла и внешних четных узлов, задающих положение плоскостей граней. Уравнения (1) – (4) устанавливают связь между координатами узловых точек элементарного модуля в процессе его трансформации.

Уравнения (1) – (4) разделяются, т. е. узловые точки  $M_i, T_i$  ( $i = 2, 4, 6, 8$ ) могут быть определены независимо от координат остальных узлов ( $i = 1, 3, 5, 7$ ).

В работе [11] были получены соотношения для векторной модели четырехлучевой структуры с гранями в виде произвольных четырехугольников. Учитывая геометрические особенности асимметричного Z-гофра, эти соотношения можно модифицировать. В частности, для A-Z-гофра характерны следующие уравнения трансформирования для узлов  $i = 2, 6$ :

$$X_2 = |L_{02}| \sin(\alpha_2 - \varphi); \quad (5)$$

$$X_6 = |L_{06}| \sin(\alpha_6 + \varphi); \quad (6)$$

$$Y_2 = |L_{02}| \cos(\alpha_2 - \varphi); \quad (7)$$

$$Y_6 = |L_{06}| \cos(\alpha_6 + \varphi); \quad (8)$$

$$Z_2 = 0, \quad Z_6 = 0. \quad (9)$$

Координаты  $Z$  равны нулю, так как в процессе трансформирования центральные ребра  $r_{02}$  и  $r_{06}$ , образующие зигзагообразные линии, постоянно находятся в плоскости  $XOY$ .

На разметке координаты  $X$  узлов 4, 8 равноудалены от центра, а координаты  $Y$  равны, поэтому справедливо равенства  $X_4 = -X_8$ ,  $Y_4 = Y_8$ . В связи с этим конечные уравнения для узлов  $i = 4, 8$  будут иметь следующий вид:

$$X_4 = -X_8 = \frac{(X_6^* X_4^* + Y_6^* Y_4^*) Y_2 - (X_2^* X_4^* + Y_2^* Y_4^*) Y_6}{X_6 Y_2 - Y_6 X_2} (\pm 1); \quad (10)$$

$$Y_4 = Y_8 = \frac{(X_2^* X_4^* + Y_2^* Y_4^*) X_6 - (X_6^* X_4^* + Y_6^* Y_4^*) X_2}{X_6 Y_2 - Y_6 X_2}; \quad (11)$$

$$Z_4 = \sqrt{|L_{04}|^2 - (X_4^2 + Y_4^2)}; \quad (12)$$

$$Z_8 = \sqrt{|L_{08}|^2 - (X_8^2 + Y_8^2)}. \quad (13)$$

Аналогично для узлов  $i = 1, 3, 5, 7$ :

$$X_3 = X_5 = \frac{[(X_4^* X_3^* - Y_4^* Y_3^*)(X_4 Y_2^2 + X_4 Y_2^2 - X_2 Y_2 Y_4) - (X_2^* X_3^* + Y_2^* Y_3^*)(X_4 Y_2 - Y_4 X_2) Y_4]}{X_4^2 Y_2^2 + Y_4^2 X_2^2 - 2 X_4 X_2 Y_4 Y_2}; \quad (14)$$

$$X_1 = X_7 = \frac{[(X_8^* X_7^* - Y_8^* Y_7^*)(X_8 Y_6^2 + X_8 Z_6^2 - X_6 Y_6 Y_8) - (X_6^* X_7^* + Y_6^* Y_7^*)(X_8 Y_6 - Y_8 X_6) Y_8]}{X_8^2 Y_6^2 + X_8^2 Z_6^2 - 2 X_8 X_6 Y_8 Y_6}; \quad (15)$$

$$Y_1 = Y_3 = \frac{[(X_2^* X_3^* + Y_2^* Y_3^*)(X_4 Y_2 - Y_4 X_2) X_4 - (X_4^* X_3^* + Y_4^* Y_3^*)(X_2 Y_2 X_4 - Y_2 X_2^2 - Y_2 Z_2^2)]}{X_4^2 Y_2^2 + Y_4^2 X_2^2 - 2 X_4 X_2 Y_4 Y_2}; \quad (16)$$

$$Z_{1,3,5,7} = \sqrt{|L_{01,03,05,07}|^2 - (X_{1,3,5,7}^2 + Y_{1,3,5,7}^2)}; \quad (17)$$

Заметим, что в процессе трансформации координаты  $Z$  всех узлов, за исключением узлов 2, 6, остаются равными друг другу. Следовательно, для расчетов координаты  $Z$  этих узлов может быть использована любая из формул (12), (13), (17).

Рассмотрим характер траекторий перемещения узлов асимметричного Z-гофра на гипотетическом примере.

На рис. 5 показан элементарный модуль, координаты узлов которого на развертке представлены в таблице.

Координаты	Начальные положения узлов, мм							
	1*	2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*
$X$	50	25	0	-25	0	25	50	25
$Y$	-25	-35	-25	10	45	35	45	10

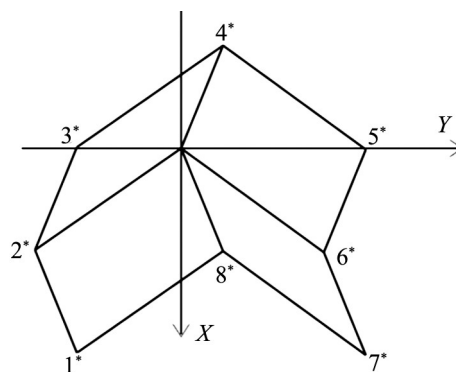
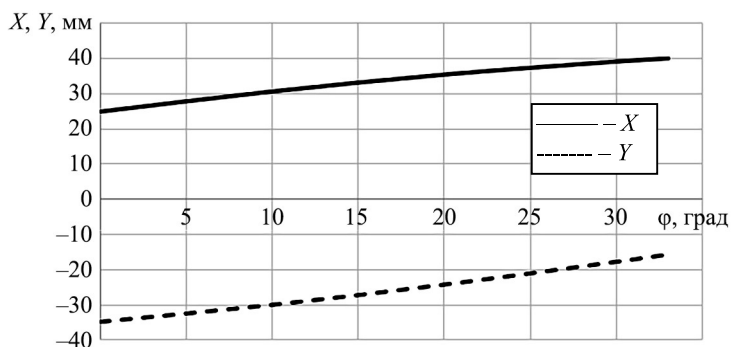


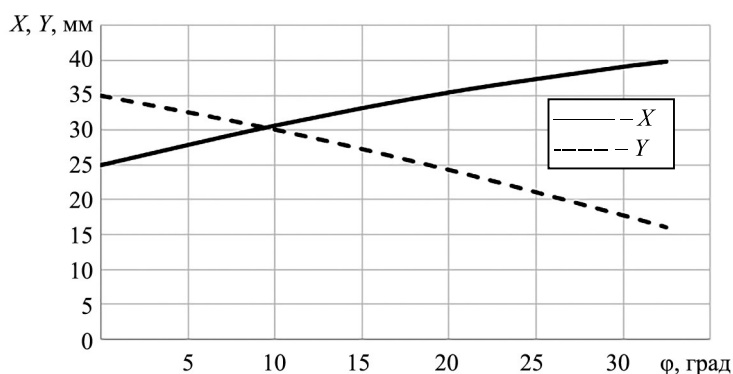
Рис. 5. Параметры элементарного модуля для расчета

Фактором, инициирующим трансформирование, принято изменение угла  $\phi$ . Для определения траекторий узлов 1–8 элементарного модуля воспользуемся уравнениями (5) – (17).

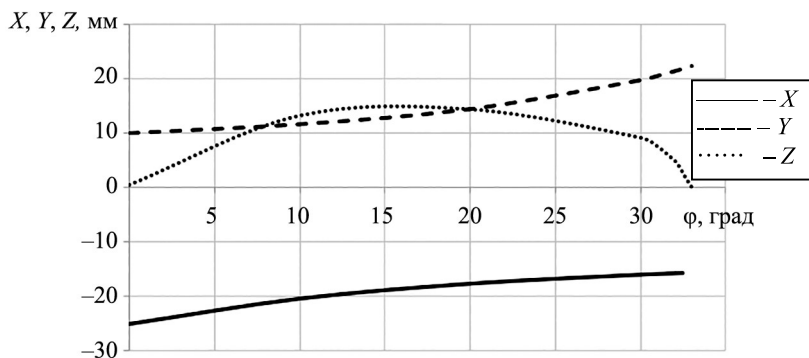
Как видно из графиков (рис. 6), все узлы элементарного модуля перемещаются в пространстве по индивидуальным, отличающимся друг от друга траекториям.



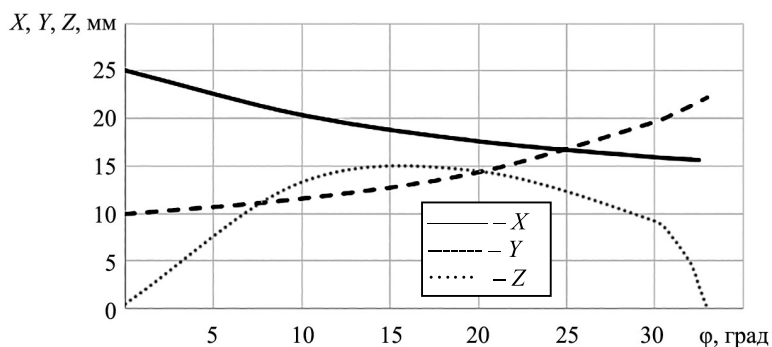
a



б



в



з

Рис. 6. Траектории перемещения узлов  $M_2$  (a),  $M_6$  (б),  $M_4$  (в),  $M_8$  (з)

Отсутствует симметрия движения, как в случае канонического Z-гофра. Существенным преимуществом является то, что координаты Z всех узлов на всех этапах трансформирования находятся в одной горизонтальной плоскости. Расчеты подтверждают, что при трансформировании конечным состоянием является горизонтальная поверхность.

Таким образом, концептуально определены технологические схемы для изготовления складчатых конструкций типа «асимметричный Z-гофр», в основе которых лежит синхронный и один из циклических методов складывания. Для их реализации необходима глубокая модернизация схем, используемых для канонического Z-гофра. Представленные методы изготовления могут применяться для тонколистовых материалов (Kevlar, Nomex), а также препрегов.

На рис. 7 показан асимметричный Z-гофр из арамидной бумаги, полученный методом синхронного складывания.



Рис. 7. Макет Z-A-гофра

Разработана векторная модель трансформирования для складчатой структуры типа асимметричного Z-гофра, являющаяся основой для проектирования формообразующего узла технологического оборудования с требуемой кинематикой перемещения исполнительных органов.

Приведенный пример расчета траектории движения узловых точек асимметричной структуры подтверждает предположение о закономерностях формообразования асимметричного Z-гофра.

Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства КНИТУ-КАИ им. А.Н. Туполева («Приоритет-2030»).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Звукопоглощающая панель: пат. на полезную модель 73007 Рос. Федерация, № 2007143762/22; заявл. 26.11.2007; опубл. 10.05.2008, Бюл. № 13.
2. Звукопоглощающая панель: пат. 2307216 Рос. Федерация, № 2005140791/03: заявл. 27.12.2005; опубл. 27.09.2007, Бюл. № 27.
3. Многослойная энергопоглощающая панель: пат. на полезную модель 231776 Рос. Федерация, № 2024127595; заявл. 19.09.2024; опубл. 11.02.2025, Бюл. № 5.
4. Халиулин В.И. О классификации регулярных рядовых складчатых структур. I // Изв. вузов. Авиационная техника. 2003. № 2. С. 7–12.
5. Халиулин В.И., Федяев О.В. О классификации регулярных рядовых складчатых структур. II // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. № 3. С. 7–11.
6. Халиулин В.И., Петров П.А., Мальшева А.А. Синтез складчатых конструкций с асимметричной структурой // Вестник МАИ. 2024. № 2. С. 56–66.
7. Закиров И.М., Алексеев Н.К. К вопросу об упрощении методики моделирования складчатых структур // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 2. С. 143–146.
8. Алексеев К.А. Геометрическое моделирование регулярных и нерегулярных складчатых структур // Изв. вузов. Авиационная техника. 2011. № 1. С. 60–63.
9. Халиулин В.И. Технологические схемы изготовления многослойных конструкций. Казань: Изд-во Каз. гос. техн. ун-та, 1999. 168 с.

10. Халиулин В.И., Батраков В.В. Технологические схемы формообразования зигзагообразного гофра // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 2. С. 68–73.
11. Способ и оборудование с рельефным барабаном для изготовления заполнителя для многослойных панелей: пат. 2561973 Рос. Федерация, № 2014102009/05; заявл. 8.07.2011; опубл. 10.09.2015, Бюл. № 25
12. Алексеев К.А., Закиров И.М. Анализ факторов, влияющих на технологию изготовления складчатых заполнителей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 180–189.
13. Шабалин Л.П., Сидоров И.Н., Халиулин В.И. Моделирование процесса формообразования Z-гофра в конечно-элементном комплексе ANSYS // Изв. вузов. Авиационная техника. 2010. № 3. С. 63–66.

Поступила в редакцию 20.08.25

После доработки 2.09.25

Принята к публикации 2.09.25

## Simulation of the Folding Process for Production of a Core with an Asymmetric Folded Configuration

V.I. KHALIULIN<sup>1</sup>, P.A. PETROV<sup>1</sup>, R.SH. GIMADIEV<sup>2</sup>, AND N.V. LEVSHONKOV<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

<sup>2</sup> Kazan State Power Engineering University, Kazan

*The principles of constructing a vector transformation model for the production of folded structures with an asymmetric typical fragment, an elementary module, are investigated. In order to create a theoretical basis for designing the kinematic scheme of the forming unit of technological equipment, a vector model of transformation of an asymmetric Z-corrugation was developed. An example of calculating the kinematics of motion of a folded structure is presented, and the patterns of the trajectories of nodal points are analyzed.*

**Folded filler of a multilayer panel, asymmetric relief structure, manufacturing technology, vector transformation model**