

Имитационное моделирование многолучевых радиоканалов на основе системы стохастических дифференциальных уравнений

Представлено исследование задачи имитационного моделирования многолучевых радиоканалов, основанного на использовании систем дифференциальных уравнений. Проанализированы математические модели непрерывных каналов связи, представленные в виде стохастических дифференциальных уравнений, а также подходы к их практическому применению при создании физических имитаторов каналов и разработке алгоритмов оптимального приема сигналов. Особый акцент сделан на негауссовских моделях, формализуемых нелинейными стохастическими дифференциальными уравнениями. Детально рассмотрены методы анализа таких моделей, их построение на основе исходных данных о вероятностных характеристиках сигналов и помех, а также процедуры идентификации, выполняемые по результатам измерений на реальных линиях связи. Помимо теоретических аспектов, исследуются инженерные вопросы, связанные с реализацией имитаторов каналов, функционирующих по указанным принципам.

В.М. АРТЮШЕНКО,
д-р техн. наук
(МИИГАиК, Москва),
В.И. ВОЛОВАЧ,
д-р техн. наук
(Поволжский
государственный
университет сервиса,
Тольятти)
volovach.vi@mail.ru

Имитационное моделирование, негауссовский случайный процесс, многолучевой радиоканал, нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение, четырехпараметрический закон, плотность распределения вероятности Накагами, замирающий сигнал

Для изучения случайных процессов, проходящих в различных радиотехнических системах и устройствах, созданы многочисленные аппаратно-технические комплексы (имитаторы каналов), позволяющие осуществлять моделирование методами цифроаналоговой или цифровой техники в реальном масштабе времени. Такие устройства широко используются в практических целях для генерирования нормальных случайных процессов с различными целями [1, 2]. В свою очередь, многолучевые эффекты представляют собой предмет анализа в широком спектре задач, таких, как системы ближней радиолокации [3–5], моделирование отражения сигналов от подстилающей поверхности [6–8] и др. [9, 10]. Методология применения нелинейных стохастических дифференциальных уравнений для создания устройств моделирования негауссовских случайных процессов впервые была предложена в работе [11]. В дальнейшем данный подход получил развитие в других работах [12–14].

Цель работы – анализ основных принципов построения имитаторов многолучевых радиоканалов, базирующихся на методе стохастических дифференциальных уравнений.

Рассмотрим метод моделирования замираний.

Каждая из скалярных компонент полезного сигнала $s(t)$ на выходе многолучевого канала складывается из сигналов $s_v(t)$ N отдельных лучей с различными задержками τ_v :

$$s(t) = \sum_{v=1}^N s_v(t - \tau_v). \quad (1)$$

Хотя многолучевые модели справедливы для описания каналов с пространственно-сосредоточенными сигналами и пространственно-временных каналов, ограничимся рассмотрением лишь имитаторов каналов первого вида.

При передаче узкополосных сигналов вида

$$u(t) = U(t) \cos[\omega_0(t) + \theta(t)]$$

на приеме сигнал каждого из лучей можно представить в виде [15]

$$s_v(t) = X_v(t)U(t) \cos[\omega_0(t) + \theta(t)] + Y_v(t)U(t) \sin[\omega_0(t) + \theta(t)] \quad (2)$$

или

$$s_v(t) = \gamma_v(t)U(t) \cos[\omega_0(t) + \theta(t) + \varphi_v(t)], \quad (3)$$

где ω_0 – средняя частота; $U(t)$, $\theta(t)$ – амплитуда (огibaющая) и фаза; $X_v(t)$, $Y_v(t)$ – квадратурные компоненты коэффициента передачи канала (передаточной функции на частоте) по v -му лучу; $\gamma_v(t)$, $\varphi_v(t)$ – модуль коэффициента передачи и фазовый сдвиг в этом луче.

Здесь и далее для упрощенной записи номер скалярной компоненты i выходного сигнала опущен.

Для имитации многолучевого радиоканала, представленного соотношениями (1) – (3), требуется сформировать сигналы отдельных компонент (лучей) с учетом замираний, возникающих в подобных каналах. Эти замирания обусловлены случайными временными колебаниями коэффициентов передачи, связанными с физической природой канала. После формирования сигналы необходимо снабдить соответствующими задержками и объединить (просуммировать) в соответствии с выражением (1). При этом обычно ставится требование воспроизвести ту или иную плотность распределения вероятности и корреляционную функцию, характерные для замираний в моделируемом канале, а иногда и другие характеристики.

При моделировании обычно воспроизводятся задержки по отношению к сигналу одного из лучей, приходящему первым. Полное время распространения сигналов от передатчика до приемника, как правило, в этих случаях не учитывается.

В общем случае в гауссовском канале замирания по каждому лучу подчиняются четырехпараметрическому закону [16]:

$$W_2(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x(t, \mathbf{r})\sigma_y(t, \mathbf{r})} \exp\left\{-\frac{[x - m_x(t, \mathbf{r})]^2}{2\sigma_x^2(t, \mathbf{r})} - \frac{[y - m_y(t, \mathbf{r})]^2}{2\sigma_y^2(t, \mathbf{r})}\right\},$$

где $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_l)$ – пространственные координаты; σ – величина, характеризующая среднеквадратическое отклонение.

При этом амплитуда $U = \sqrt{x^2 + y^2}$ и фаза $\text{tg}\varphi = y/x$ сигналов определяются более сложными формулами [17]:

$$W_1(U) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{R^k}{k!} \sigma^{2k} \frac{\partial^{2k}}{\partial m_1^k \partial m_{II}^k} \left[\frac{U}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{U^2 + m_1^2 + m_{II}^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{U}{\sigma^2} \sqrt{m_1^2 + m_{II}^2}\right) \right];$$

$$W_1(\varphi) = \frac{\sigma_x \sigma_y}{2\pi(\sigma_y^2 \cos^2 \varphi + \sigma_x^2 \sin^2 \varphi)} \exp\left(-\frac{m_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{m_y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left\{ 1 + K \sqrt{\pi} \exp\left(K^2 [1 + \Phi(\sqrt{2}K)]\right) \right\},$$

где

$$m_1 = \frac{m_x + m_y}{\sqrt{2}}; \quad m_{II} = \frac{m_x - m_y}{\sqrt{2}}; \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{\sqrt{2}}; \quad R = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2};$$

$$K = \frac{\cos \varphi m_x \sigma_y^2 + \sin \varphi m_y \sigma_x^2}{\sigma_x \sigma_y \sqrt{\sigma_x^2 \sin^2 \varphi + \sigma_y^2 \cos^2 \varphi}}.$$

Часто гауссовский четырехпараметрический закон можно аппроксимировать плотностью распределения вероятности Накагами (m -распределением)

$$W(U) = \frac{2m^m U^{2m-1}}{\Gamma(m) a^{2m}} \exp\left\{-\frac{m}{a^2} U^2\right\}, \quad U \geq 0,$$

где a , $m \geq 1/2$ – параметры распределения; $\Gamma(m)$ – гамма-функция.

Для корреляционной функции обычно приемлема экспоненциальная аппроксимация.

Способы генерирования сигналов отдельных лучей с указанными характеристиками замираний, используемые в имитаторах радиоканалов, условно подразделяют на три группы:

- 1) формирование сигналов вида (2) на основе моделирования случайных квадратурных компонент;
- 2) формирование сигналов вида (3) на основе стохастической амплитудно-фазовой модуляции несущего колебания;
- 3) непосредственное формирование случайного сигнала

$$q_v(t) = \gamma_v(t) \cos[\omega_0(t) + \varphi_v(t)],$$

называемого обычно «замирающая несущая» с последующей модуляцией его информационным сигналом.

Блоки, моделирующие $X_v(t)$, $Y_v(t)$, $\gamma_v(t)$, $\varphi_v(t)$ ($v=1,2,\dots,N$) или замирающую несущую $q_v(t)$, являются основными при построении имитаторов многолучевых радиоканалов, определяют их различия и качественные показатели. В дальнейшем будем называть их блоками замираний.

В известных имитаторах [18, 19] использовался либо принцип суммирования гауссовских квадратурных компонент, либо метод последовательной амплитудно-фазовой модуляции несущего гармонического колебания.

Рассмотрим принципы построения блока замираний на основе моделирования стохастических дифференциальных уравнений.

Для моделирования квадратурных компонент широко применяется метод, основанный на использовании линейных стохастических дифференциальных уравнений следующего вида [20]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= f_{11}X(t) + f_{12}Y(t) + b_1 + \xi_1(t); \\ \frac{dY}{dt} &= f_{21}X(t) + f_{22}Y(t) + b_2 + \xi_2(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ – независимые процессы в виде белого шума со спектральной плотностью $N_0/2$.

Индекс v , указывающий на принадлежность процессов $X(t)$, $Y(t)$ и v -му лучу, для упрощения записи опущен.

Уравнения (4) определяют модель формирования сигналов с квадратурными компонентами, которые в общем случае характеризуются наличием корреляции и различными значениями дисперсии. При этом изменения амплитуд и фаз замирающего сигнала статистически зависимы, что подтверждается данными экспериментальных исследований.

Модуль коэффициента передачи и тем самым амплитуда сигнала распределены по четырехпараметрическому закону [16], параметры которого связаны с коэффициентами порождающих этот процесс стохастических дифференциальных уравнений (4) известными соотношениями [20]:

$$\begin{aligned} m_X &= b_1; \quad m_Y = b_2; \\ \sigma_X^2 &= \frac{4N_0 f_{12}^2}{\delta^2} \left[\frac{\alpha_{22}^2}{2\alpha_{12}} \left(1 + \frac{\alpha_{22}^2}{4f_{12}^2} \right) + \frac{f_{21}\alpha_{22}^2}{f_{11} + f_{22}} \left(\frac{1}{f_{12}} - \frac{1}{f_{21}} \right) + \frac{2f_{12}^2}{\alpha_{11}} \left(1 + \frac{\alpha_{22}^2}{4f_{21}^2} \right) \right]; \\ \sigma_Y^2 &= \frac{4N_0 f_{21}^2}{\delta^2} \left[\frac{\alpha_{21}^2}{\alpha_{12}^2} \left(2 + \frac{\alpha_{22}^2}{2f_{12}^2} \right) - \frac{f_{12}\alpha_{12}\alpha_{22}}{f_{11} + f_{22}} \left(\frac{1}{f_{12}} - \frac{1}{f_{21}} \right) + \frac{\alpha_{22}^2}{2\alpha_{11}^2} \left(1 + \frac{\alpha_{22}^2}{4f_{21}^2} \right) \right]; \\ \rho &= \frac{4N_0 f_{12} f_{21} \alpha_{22}}{\delta^2} \left[\frac{f_{12}}{\alpha_{12}} \left(1 + \frac{\alpha_{22}^2}{4f_{12}^2} \right) - \frac{\alpha_{22}(f_{21} - f_{22})}{2(f_{21} + f_{22})} \left(\frac{1}{f_{12}} - \frac{1}{f_{21}} \right) - \frac{f_{21}}{\alpha_{11}} \left(1 + \frac{\alpha_{22}^2}{4f_{21}^2} \right) \right], \end{aligned}$$

где ρ – коэффициент корреляции квадратурных компонент;

$$\alpha_{11} = f_{11} + f_{22} + \sqrt{(f_{11} - f_{22})^2 + 4f_{12}f_{21}};$$

$$\alpha_{12} = f_{11} + f_{22} - \sqrt{(f_{11} - f_{22})^2 + 4f_{11}f_{21}};$$

$$\alpha_{21} = f_{11} - f_{22} + \sqrt{(f_{11} - f_{22})^2 + 4f_{12}f_{21}};$$

$$\alpha_{22} = f_{11} - f_{22} - \sqrt{(f_{11} - f_{22})^2 + 4f_{12}f_{21}};$$

$$\delta = \left[f_{11} - f_{22} - \sqrt{(f_{11} - f_{22})^2 + 4f_{12}f_{21}} \right] + 4f_{12}f_{21}.$$

Структурная схема устройства моделирования приведена на рис. 1, где Γ – генератор.

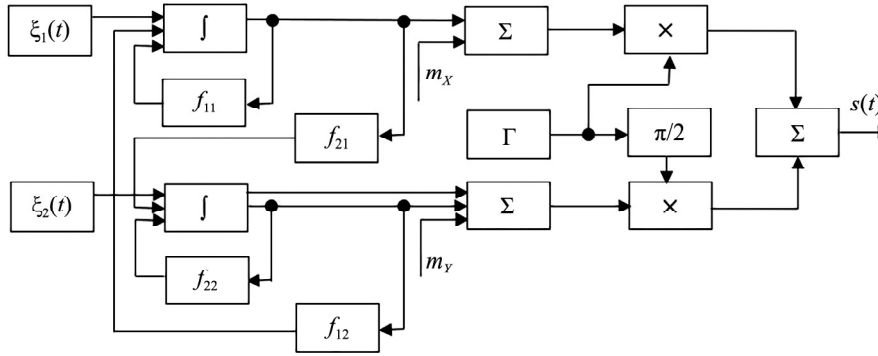


Рис. 1

Аппаратурная реализация блока замираний на основе стохастических дифференциальных уравнений (4) не всегда оптимальна, что объясняется необходимостью регулировки в процессе эксплуатации четырех параметров в каждом блоке замираний для получения требуемой модели канала в рамках общей гауссовской модели.

Метод, основанный на последовательной амплитудно-фазовой модуляции гармонической несущей, предполагает формирование негауссовских случайных процессов $\gamma_v(t)$, $\varphi_v(t)$, входящих в представление замиряющего сигнала (3), и последующую модуляцию ими соответственно по амплитуде и фазе детерминированного гармонического колебания.

Например, при моделировании канала с m -распределением амплитуд, среднеквадратическое отклонение которого $a = \sqrt{U^2}$ меняется во времени, можно использовать стохастическое дифференциальное уравнение

$$\frac{dU}{dt} = \frac{K_1}{2} \left[\frac{2m-1}{U} - \frac{2mU}{a^2(t)} \right] + \sqrt{K_1} \xi_1(t)$$

в сочетании с стохастическим дифференциальным уравнением для указанного параметра $a(t)$:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{K_2}{2\sigma a(t)} \left[\ln a(t) - \mu + \sigma^2 \right] + \sqrt{K_2} \xi_2(t). \quad (5)$$

Здесь: K_1 , K_2 – некоторые постоянные параметры; μ , σ^2 – математическое ожидание и дисперсия $\ln a$.

Случайный процесс $a(t)$, определенный стохастическим дифференциальным уравнением (5), имеет логарифмически нормальное распределение

$$W(U) = \frac{1}{U \sqrt{2\pi\sigma_m^2}} \exp \left\{ -\frac{(\ln U - m_m)^2}{2\sigma_m^2} \right\},$$

где m_m , σ_m^2 – математическое ожидание и дисперсия величины $\ln U$ (параметры распределения), где $m_m = \mu$.

Структурная схема модели, реализующей описанные стохастические дифференциальные уравнения, представлена на рис. 2, где ГПП – генератор псевдослучайных последовательностей; Д – делитель; НП – нелинейный преобразователь.

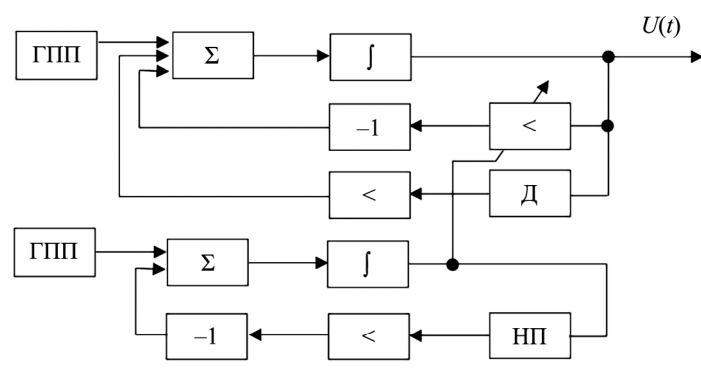


Рис. 2

При моделировании необходимо соблюдать условие $\tau_{ka} \gg \tau_{kU}$, где τ_{ka} , τ_{kU} – интервалы корреляции быстрых и медленных замираний в канале.

Для моделирования замираний, подчиняющихся четырехпараметрическому закону, можно использовать порождающее их нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial x}{\partial t} = f(x) + g(x)\xi(t),$$

где $f(x)$, $g(x)$ – линейные функции x ; $\xi(t)$ – независимый процесс типа белого гауссовского шума с функцией в правой части

$$f(U) = \frac{K_1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{U}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{\sigma} \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_i}{i!} \sigma^{2i} \frac{\partial^{2i}}{\partial m_I^i \partial m_{II}^i} \left[W_0(U, q_p, \sigma) \frac{I_1(Uq_p \sqrt{2}/\sigma)}{I_0(Uq_p \sqrt{2}/\sigma)} \right]}{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_i}{i!} \sigma^{2i} \frac{\partial^{2i}}{\partial m_I^i \partial m_{II}^i} W_0(U, q_p, \sigma)},$$

где $q_p^2 = \frac{m_X^2 + m_Y^2}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \frac{m_I^2 + m_{II}^2}{2\sigma^2}$ – отношение средних мощностей регулярной и флуктуирующей частей сигнала;

$$W_0(U, q_p, \sigma) = \frac{U}{\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{U^2}{\sigma^2} + q_p^2 \right\} I_0 \left\{ \frac{Uq_p \sqrt{2}}{\sigma} \right\};$$

$$K_1 = \frac{\bar{U}^2 \left[1 + \beta^4 + 2q_p^2 (1 + \beta^2) (\beta^2 \cos \varphi_p + \sin^2 \varphi_p) \right]}{\tau_{кор} (1 + \beta^2)^2 (1 + q_p^2)^2};$$

$$\beta^2 = \sigma_X^2 / \sigma_Y^2; \quad \varphi_p = \arctg m_X / m_Y.$$

Ввиду сложности приведенного выражения, конечная аппроксимация которого для любого q_p в аналитической форме затруднительна, рассмотрим два предельных случая.

1. При $q_p \rightarrow 0$ получим

$$\frac{I_1(Uq_p \sqrt{2}/\sigma)}{I_0(Uq_p \sqrt{2}/\sigma)} \approx \frac{Uq_p}{\sigma \sqrt{2}}; \quad I_0 \left\{ \frac{Uq_p \sqrt{2}}{\sigma} \right\} \approx \frac{Uq_p}{\sigma \sqrt{2}}.$$

Тогда можно показать, что

$$f(U) \approx \frac{K_1}{2} \left[\frac{1}{U} - \frac{U}{\sigma^2} \left(1 - \frac{q_p}{1 + U^2 q_p / 2\sigma} \right) \right].$$

Отметим, что при $q_p = 0$ из приведенного соотношения получается нелинейная функция, стохастическое дифференциальное уравнение которой порождает процесс с распределением Рэлея.

2. При $q_p \rightarrow \infty$

$$f(U) \approx \frac{K_1}{2} \left[\frac{1}{U} - \frac{U}{\sigma^2} + \frac{UR \sin 2\varphi}{\sigma^2} + \frac{q_p}{\sigma} - \frac{q_p R \sin 2\varphi}{\sigma^2} \right],$$

где $\sin 2\varphi = \frac{2m_I m_{II}}{m_I^2 + m_{II}^2}$.

Основным недостатком данного метода является необходимость использования последовательной амплитудно-фазовой модуляции несущего колебания, что ухудшает точность воспроизведения статистических характеристик выходного сигнала, усложняет настройку и ухудшает эксплуатационные характеристики имитатора [18].

Моделирование замирания несущей реализовано в имитаторе, упрощенная структурная схема которого приведена на рис. 3, где ГИ – генератор импульсов; АМ – амплитудный модулятор; БЗ – блок замираний.

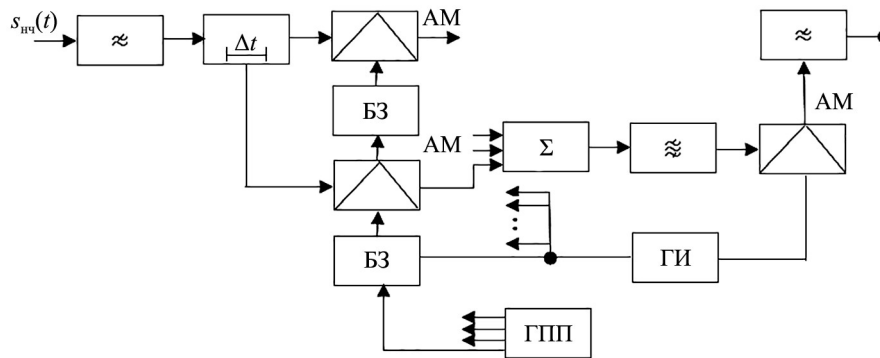


Рис. 3

Информационный сигнал $s_{нч}(t)$, занимающий полосу стандартного канала тональной частоты (0,3...3,4 кГц), поступает на линию задержки с отводами (20 отводов через 0,2 мс). К произвольным отводам могут быть подключены множители (модуляторы), на вторые входы которых подаются сигналы независимых замираний несущих, сформированных блоком замираний, структурная схема которых представлена на рис. 4. Так имитируется дискретная многолучевость, соответствующая представлению (1).

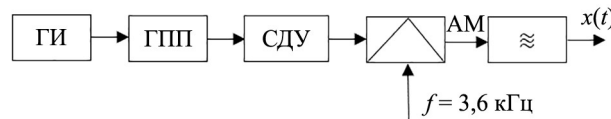


Рис. 4

Известно, что случайный процесс с плотностью распределения вероятности Накагами в корреляционном приближении можно рассматривать как решение стохастических дифференциальных уравнений [21, 22]

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\Delta\Omega f \left(y, \frac{dy}{dt} \right) \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \sqrt{K} \xi(t),$$

где Ω удовлетворяет условию узкополосности, а $K = 4\sigma^2\omega_0^2\Delta\Omega$, причем искомая функция $f\left(y, \frac{dy}{dt}\right) = f(y) = f(q)$ является решением

$$\frac{df(y)}{dy} - \frac{2\omega_0^2}{\omega_0^2} yf(y) = \frac{1}{2\Delta\Omega} \frac{d}{dy} \ln W_{\text{ст}}(y),$$

правая часть которого зависит от $W(q)$.

Известно, что если $W(\varphi) = 1/2\pi$, то $W(q)$ и $W(U)$ связаны интегральным преобразованием Блан – Лапierre [19]. В частности, если $W(U)$ представляет собой плотность распределения вероятности Накагами, то $W(q)$ приобретает весьма сложный функциональный вид. В связи с этим целесообразно аппроксимировать $W(q)$ более простым выражением

$$W(q) = C \exp(\rho q^2 - \chi q^4).$$

Для нахождения взаимной связи параметров m, a, ρ, χ применим критерий Кульбака [17]

$$I_N(n) \int_{R^n} W_N(y) \log \frac{W_N(y)}{\hat{W}_N(y)} dy,$$

характеризующий расхождение между N -мерной плотностью распределения вероятности реального процесса $W_N(y)$ и его N -мерной марковской модели $\hat{W}_N(y)$. Можно показать, что при достаточно малом значении I_N критерий Кульбака совпадает с критерием равенства вторых и четвертых моментов. Тогда после необходимых преобразований имеем:

$$f(q) = \frac{2\chi}{\alpha\omega_0^2} Kq^2 + \frac{2\chi K^2}{\alpha\omega_0^4} - \rho \frac{K}{\alpha\omega_0^2};$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \left(\frac{2\chi}{\omega_0^2} Kq^2 + \frac{2\chi K^2}{\omega_0^4} - \rho \frac{K}{\alpha\omega_0^2} \right) \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \xi(t), \quad (6)$$

где $\alpha = \Delta\Omega$ – эффективная полоса частот.

В зависимости от соотношения между ρ и χ решение стохастических дифференциальных уравнений (6) имеет распределения огибающей, характеризующие следующие виды замираний:

- 1) $\rho < 0, \chi < 0$ – подрэлеевские замирания ($1/2 \leq m \leq 1$);
- 2) $\rho < 0, \chi = 0$ – рэлеевские замирания ($m = 1$);
- 3) $\rho > 0, \chi > 0, \frac{2\chi K}{\omega_0^2} < \chi$ – обобщенно-рэлеевские замирания ($m > 1$).

Структурная схема аналоговой модели стохастических дифференциальных уравнений (6) представлена на рис. 5.

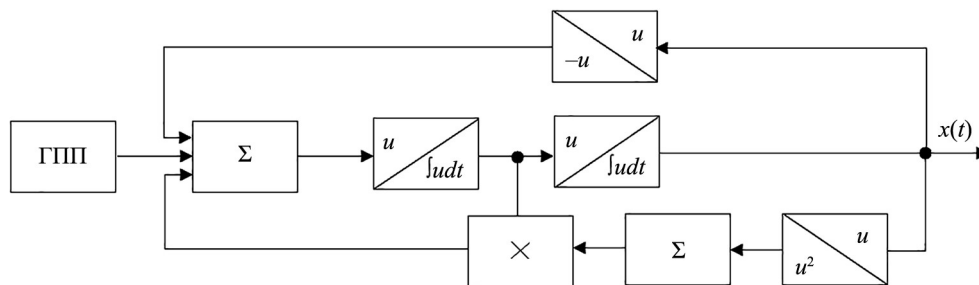


Рис. 5

Для имитации медленных замираний может быть использовано стохастическое дифференциальное уравнение (5).

Точность воспроизведения одномерной плотности распределения вероятности и корреляционной функции процесса $\gamma(t)$ можно повысить, используя стохастическое дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2q}{dt^2} + K \left(\frac{3m}{a^2} q^2 - \frac{1-3m}{4} \right) \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{dq}{dt} \sqrt{K} \xi(t). \quad (7)$$

Если в качестве $\gamma(t)$ задан четырехпараметрический закон, то синтез стохастических дифференциальных уравнений вида (6), (7) является теоретически трудноразрешимой задачей. В связи с этим в данном случае для построения блока моделирования замирающей несущей $q(t)$ целесообразно воспользоваться стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\alpha \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q + f \left(q, \frac{dq}{dt}, t \right) = \sqrt{K} \xi(t). \quad (8)$$

Очевидно, что $f \left(q, \frac{dq}{dt}, t \right)$ зависит от времени t , т. е. решение стохастического дифференциального уравнения (8) $q(t)$ представляет собой нестационарный процесс, и его фаза не является равномерно распределенной случайной величиной.

Введем квадратурные компоненты узкополосного сигнала $q(t)$, основываясь на определении сопряженного сигнала [23]:

$$\begin{aligned} x_q(t) &= q(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{\omega_0} \frac{dq}{dt} \sin \omega_0 t; \\ y_q(t) &= -q(t) \sin \omega_0 t - \frac{1}{\omega_0} \frac{dq}{dt} \cos \omega_0 t. \end{aligned} \quad (9)$$

Для нормального распределения квадратурных компонент x_q, y_q необходимо с учетом выражений (9) записать систему стохастических дифференциальных уравнений типа (4) так, чтобы она порождала нормальный диффузионно-изотропный марковский процесс. Тогда распределения амплитуд и фаз процесса $q(t)$ будут четырехпараметрическими [17, 20].

После простых, но очень громоздких выкладок можно получить следующие соотношения для коэффициентов диффузионно-изотропного стохастического дифференциального уравнения (4) и параметров четырехпараметрического распределения:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \alpha + \frac{\omega_0 \beta_1}{4} \sin \sin(\varphi_0 + \varphi_1) - \frac{\alpha \beta_2}{4} \cos \cos(\varphi_0 + \varphi_2); \\ f_{12} = f_{21} &= -\frac{\omega_0 \beta_1}{4} \cos \cos(\varphi_0 + \varphi_1) - \frac{\alpha \beta_2}{4} \sin \sin(\varphi_0 + \varphi_2); \\ f_{22} &= \alpha - \frac{\omega_0 \beta_1}{4} \sin \sin(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{\alpha \beta_2}{4} \cos \cos(\varphi_0 + \varphi_2); \\ b_1 &= -u_0 \frac{\omega_0 \beta_2}{2} \sin \sin \varphi_0; \quad b_2 = u_0 \frac{\omega_0 \beta_3}{2} \cos \cos \varphi_0; \\ \sigma_x^2 &= \frac{K \left[(1 - Q/2) \beta_1 \sin \sin(\varphi_1 + \varphi_0) + (\beta_2/4) \cos \cos(\varphi_2 + \varphi_0) \right]}{4\alpha g}; \end{aligned}$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{K \left[(1 + Q/2) \beta_1 \sin \sin(\varphi_1 + \varphi_0) - (\beta_2/4) \cos \cos(\varphi_2 + \varphi_0) \right]}{4\alpha g};$$

$$g = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\beta_1^2}{4} \right) - \frac{\beta_1^2}{16} + \left(\frac{Q\beta_1\beta_2}{4} \right) \sin \sin(\varphi_1 - \varphi_2)};$$

$$\rho = \frac{\sigma_X \left[\left(\frac{Q\beta_1}{2} \right) \cos \cos(\varphi_1 + \varphi_0) + \left(\frac{\beta_2}{4} \right) \sin \sin(\varphi_2 + \varphi_0) \right]}{\sigma_Y \left[1 + \left(\frac{\beta_2}{4} \right) \cos \cos(\varphi_2 + \varphi_0) - \left(\frac{Q\beta_1}{2} \right) \sin \sin(\varphi_1 + \varphi_0) \right]};$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}, \quad m_X = \frac{f_{11}b_2 - f_{22}b_1}{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}, \quad m_Y = \frac{f_{12}b_1 - f_{11}b_2}{f_{12}f_{21} - f_{11}f_{22}}.$$

Структурная схема, моделирующая стохастическое дифференциальное уравнение (8), представлена на рис. 6.

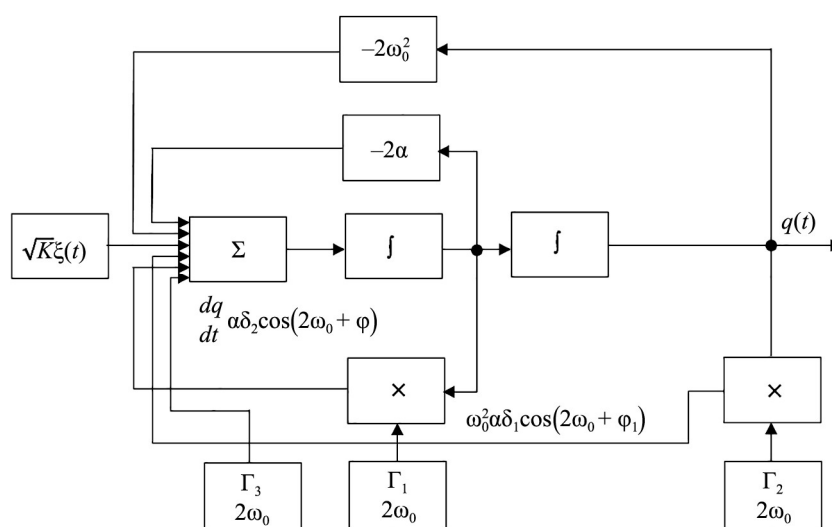


Рис. 6

Таким образом, рассмотрены принципы и методы имитационного моделирования многолучевых радиоканалов на основе систем дифференциальных уравнений. Показано, что использование стохастических дифференциальных уравнений позволяет наиболее полно и адекватно описывать динамические процессы, протекающие в реальных каналах связи, а также учитывать влияние случайных факторов, влияющих на передачу сигналов.

Особый акцент сделан на негауссовских моделях, представленных в форме нелинейных стохастических дифференциальных уравнений. Данный класс моделей отличается повышенной гибкостью и обеспечивает более адекватное описание реальных статистических свойств радиоканалов. Рассмотрены подходы к их построению на основе априорной информации о вероятностных характеристиках сигналов и помех, а также методы идентификации параметров моделей по экспериментальным данным, полученным при измерениях в действующих системах связи.

Проведенный анализ подтвердил, что применение таких моделей существенно расширяет возможности проектирования и оптимизации систем передачи данных. На их основе могут быть разработаны эффективные алгоритмы оптимального приема сигналов, повышающие устойчивость связи к внешним воздействиям и шумам. Кроме того, использование физических имитаторов каналов, реализованных по описанным принципам, обеспечивает возможность проведения экспериментов и отладки оборудования в условиях, максимально приближенных к реальным.

Работа выполнена за счет средств Государственного задания № FSFZ-2024-0006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 324 с.
2. *Корн Г.* Моделирование случайных процессов на аналоговых и аналого-цифровых машинах. М.: Мир, 1968. 316 с.
3. *Artyushenko V.M., Volovach V.I.* Finding Errors for Determining the Parameters of Movement of Maneuvering Objects // Proc. of the 9th All-Russian Microwave Conference, Nov. 25–29, 2024, Moscow, Russia. P. 82–85.
4. *Борзов А.Б. и др.* Пути развития систем ближней радиолокации миллиметрового диапазона волн // Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]. 2009. № 10. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_12931764_33257729.pdf (дата обращения: 17.10.2025).
5. *Charvat G.L.* Small and Short-Range Radar Systems. CRC Press, 2014. 430 p.
6. *Артюшенко В.М., Воловач В.И.* Статистические характеристики сигнала при наличии модулирующей помехи // Автометрия. 2021. № 2. С. 49–61.
7. *Садов Д.А. и др.* Экспериментальное исследование рассеяния электромагнитных волн подстилающей поверхностью в диапазоне сантиметровых и миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. 2019. № 4. С. 356–360.
8. *Ананенков А.Е. и др.* Экспериментальное исследование отражений от подстилающей поверхности и селекции в РЛС обзора летного поля // Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]. 2017. № 2. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_28872663_40456521.pdf (дата обращения: 17.10.2025).
9. *Пафилов Е.А. и др.* Пространственно-временные характеристики сигналов радиолокационных станций с синтезированной апертурой с учетом отражения от целей и местных предметов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 175–184.
10. *Николаев В.Н.* Математическое моделирование идентификации топологии антенн бортового радиоэлектронного оборудования на планере самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 192–200.
11. *Конторович В.Я., Ляндрес В.З.* Вопросы моделирования случайных процессов с заданными статистическими характеристиками // Тез. докл. 1-й Всесоюз. конф. по измерению статистических характеристик. Л.: ЛЭТИ, 1973. С. 67–71.
12. *Artyushenko V.M., Volovach V.I.* Using a Stochastic Differential Equations to Form of Non-Gaussian Random Processes. Part 1 // Proc. of the 28th International IEEE Scientific and Technical Conference “2024 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)”, Nov. 14–16, 2024, Omsk, Russia. P. 1–5.
13. *Artyushenko V.M., Volovach V.I., Budilov V.N.* Simulation of Continuous Markov Processes in Discrete-Time for Signals Described by Stochastic Differential Equations // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2096. Article № 012162.
14. *Кузнецов Д.Ф.* Некоторые вопросы теории численного решения стохастических дифференциальных уравнений Ито. СПб.: СПбГТУ, 1998. 203 с.
15. *Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М.* Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений. М.: Радио и связь, 1984. 248 с.
16. *Кловский Д.Д., Сойфер В.А.* Обработка пространственно-временных сигналов (в каналах передачи информации). М.: Связь, 1976. 207 с.
17. *Кловский Д.Д.* Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Радио и связь, 1982. 304 с.
18. *Галкин А.П., Лапин А.Н., Самойлов А.Г.* Моделирование каналов систем связи. М.: Связь, 1979. 94 с.
19. Моделирование многолучевых радиоканалов для анализа и синтеза систем передачи информации / Под ред. В.И. Сифорова и А.В. Просина. М.: Наука, 1978. 170 с.
20. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Советское радио, 1975. 703 с.
21. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 305 с.
22. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Советское радио, 1961. 560 с.
23. *Тихонов В.И., Миронов М.А.* Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. 488 с.

Поступила в редакцию 17.11.25

После доработки 19.11.25

Принята к публикации 19.11.25

Multipath Radio Simulation Based on a System of Stochastic Differential Equations

V.M. ARTYUSHENKO¹ AND V.I. VOLOVACH²

¹ Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow

² Volga Region State University of Service, Tolyatti

The study and analysis of the problem of simulation modeling of multipath radio channels based on the use of systems of differential equations is carried out. Mathematical models of continuous communication channels, presented in the form of stochastic differential equations, as well as approaches to their practical application in creating physical channel simulators and developing algorithms for optimal signal reception, are considered. Particular attention is paid to non-Gaussian models described by nonlinear stochastic differential equations. Methods of analysis of such models, their construction on the basis of initial data on probabilistic characteristics of signals and interference, as well as identification procedures performed on the results of measurements on real communication lines are considered in detail. In addition to theoretical aspects, engineering issues related to the implementation of channel simulators functioning according to the specified principles are also covered.

Simulation, non-Gaussian random process, multipath radio channel, nonlinear stochastic differential equation, four-parameter law, Nakagami PDF, fading signal