

## Волновое поле в окрестности выходного сечения щелевого канала, формирующееся в пульсационном режиме при конвективно-пленочном охлаждении пластины

*Сопоставлены результаты расчетов температурных полей в стационарном и пульсирующем режимах подачи охладителя при конвективно-пленочном охлаждении пластины, обтекаемой высокотемпературным и охлаждающим потоками воздуха. Математическая модель построена на основе гибридной 2D-методики RANS в нестационарной постановке для вязкого сжимаемого теплопроводного газа с применением скоростных и тепловых пристеночных функций, с сопряжением газодинамической и тепловой задач. Решение получено явным конечно-разностным методом Мак-Кормака с расщеплением пространственного оператора и схемой нелинейной коррекции. Выполнены расчеты тепловых и скоростных полей, приведены временные температурные зависимости в окрестности выходного сечения щелевого канала, формирующиеся в стационарном и пульсирующем режимах подачи охлаждающего воздуха.*

**А.Л. ТУКМАКОВ,**  
д-р физ.-мат. наук,  
**А.А. АХУНОВ,**  
**Н.А. ТУКМАКОВА,**  
канд. техн. наук,  
**В.В. ХАРЬКОВ,**  
канд. техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
tukmakov@imm.knc.ru

**Численное моделирование, уравнения Навье – Стокса, схема Мак-Кормака, многосвязные области, пристеночные функции, конвективно-пленочное охлаждение**

При разработке сопловых и рабочих лопаток высокотемпературных газотурбинных двигателей применяются различные системы охлаждения, принципиальные схемы которых приведены в работах [1, 2]. Конвективно-пленочное охлаждение реализуется подачей воздуха в поток горячего газа через систему отверстий или щелей, тем самым создается защитная пленка на поверхности профиля лопатки. Вопросы эффективности тепловой завесы при пульсирующем режиме подачи охлаждающего воздуха рассмотрены в работе [3]. В работе [4] проведено CFD-исследование влияния пульсации струи охладителя на эффективность пленочного охлаждения в области передней кромки турбинной лопатки. Выявлено, что в пульсационном режиме подачи охладителя тепловой поток к поверхности увеличивается, эффективность охлаждения снижается. В исследовании [5] проведена оценка различных пульсационных режимов подачи охладителя через цилиндрические отверстия при пленочном охлаждении плоских пластин. По результатам CFD-моделирования, при низком параметре вдува  $m = (\rho u)_{\text{хол}} / (\rho u)_{\text{осн}} \approx 0,5$  в случае пульсирующей струи снижается эффективность пленочного охлаждения по сравнению со стационарным режимом, а при параметре вдува, равном 1,5, эффективность охлаждения зависит от частоты пульсаций. Было отмечено, что увеличение эффективности пленочного охлаждения для пульсирующей струи наблюдается только в случае высоких значений параметров вдува, при которых происходит отрыв струи. При этом влияние пульсаций приводит к разрушению струи и снижению ее дальности, в результате чего охлаждающий воздух создает защитную пленку вблизи поверхности пластины, что может повысить эффективность охлаждения.

В данной работе построена математическая модель сопряженного теплообмена при обтекании пластины и получено решение для стационарного и пульсационного режимов, описывающее формирование защитной пленки в окрестности щелевого канала на основе гибридной методики RANS для системы уравнений динамики сжимаемого газа с применением пристеночных скоростных и температурных функций.

Для описания процесса формирования защитной пленки на поверхности пластины численно решалась осредненная по Рейнольдсу система уравнений движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа, записанная в обобщенных криволинейных координатах  $\xi = \xi(x, y)$ ,  $\eta = \eta(x, y)$ , где  $x, y$  – физические координаты;  $\xi, \eta$  – расчетные координаты [6, 7]:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{F}_\xi + \mathbf{G}_\eta = \mathbf{H}; \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \left[ \frac{\rho}{J}, \frac{\rho u}{J}, \frac{\rho v}{J}, \frac{E}{J} \right]^T;$$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \xi_x \rho u + \xi_y \rho v \\ \xi_x (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \xi_y (\rho uv - \tau_{xy}) \\ \xi_x (\rho uv - \tau_{xy}) + \xi_y (\rho v^2 + p - \tau_{yy}) \\ \xi_x ((E + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + Q_x) + \xi_y ((E + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + Q_y) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \eta_x \rho u + \eta_y \rho v \\ \eta_x (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \eta_y (\rho uv - \tau_{xy}) \\ \eta_x (\rho uv - \tau_{xy}) + \eta_y (\rho v^2 + p - \tau_{yy}) \\ \eta_x ((E + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + Q_x) + \eta_y ((E + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + Q_y) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \text{div}(\mathbf{v}_t \nabla \rho) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\tau_{xy} = (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \tau_{xx} = 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \text{div}(\mathbf{U});$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}; \tau_{yy} = 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \cdot \text{div}(\mathbf{U}); p = (\gamma - 1)\rho I;$$

$$Q_x = -(k + C_p \mu_t / \text{Pr}) \frac{\partial T}{\partial x}; Q_y = -(k + C_p \mu_t / \text{Pr}) \frac{\partial T}{\partial y};$$

$$\text{div}(\mathbf{U}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}; E = I + 0,5\rho(u^2 + v^2).$$

Здесь:  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $T$ ,  $p$  – плотность, продольная и поперечная составляющие скорости, полная и тепловая энергия, температура и давление газа;  $\gamma$ ,  $\mu$ ,  $\mu_t$  – постоянная адиабаты, динамическая молекулярная и турбулентная вязкости газа;  $\text{Pr}$  – число Прандтля;  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$ ,  $\tau_{xy}$  – составляющие тензора вязких напряжений. Тепловая энергия газа определялась как  $I = \rho C_V T$ , где  $C_V$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме, а температура газа  $T = (E - 0,5\rho(u^2 + v^2)) / \rho C_V$ . Метрические коэффициенты и якобиан перехода от расчетных координат к физическим определяются следующим образом [6, 7]:  $\xi_x = J y_\eta$ ;  $\xi_y = -J x_\eta$ ;  $\eta_x = -J y_\xi$ ,  $\eta_y = J x_\xi$ ;  $J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x$ .

Система (1) решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [6, 7] с расщеплением исходного оператора по пространственным направлениям [8, 9].

Для описания переноса модифицированной кинематической турбулентной вязкости применялась базовая модель Спаларта – Аллмараса [10, 11], уравнение которой записывалось в обобщенных криволинейных координатах в квазиконсервативном виде. Для левой части уравнения переноса сохранялась дивергентная форма, а производные в правой части выражались как производные сложных функций [12]. Уравнение Спаларта – Аллмараса решалось явным методом предиктор – корректор с расщеплением пространственного оператора по направлениям по аналогии с решением уравнений системы движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа [12].

Для моделирования теплового пограничного слоя и определения температуры поверхности пластины применялись скоростная и тепловая пристеночные функции, связывающие безразмерные параметры  $T^+ = (T_w - T_i)/T_\tau$  и  $y^+ = \rho u_\tau d/\mu$ . Здесь  $T_w$  – температура стенки в данном узле на поверхности пластины;  $T_i$  – температура потока в ближайшем к нему узле газодинамической сетки;  $T_\tau = q_w/(\rho C_p u_\tau)$  – температура трения [13]. Использовалась тепловая пристеночная функция вида [13]:

$$T^+(y^+) = \begin{cases} y^+ \text{Pr}, & y^+ \text{Pr} < 1; \\ 1,87 \ln(y^+ \text{Pr} + 1) + 0,065 y^+ \text{Pr} - 0,36, & 1 \leq y^+ \text{Pr} \leq 11,7; \\ 2,5 \ln(y^+ \text{Pr}) - 1, & y^+ \text{Pr} > 11,7. \end{cases} \quad (2)$$

Значения переменных стенки  $y^+$  и  $u^+ = u/u_\tau$  (где  $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$  – динамическая скорость) определяются из универсального соотношения Сполдинга [11, 14] для автомодельного профиля скорости внутри вязкого пограничного слоя:

$$\frac{\text{Re}}{u^+} = u^+ + e^{-2,2} \left( e^{ku^+} - 1 - ku^+ - \frac{1}{2} (ku^+)^2 - \frac{1}{6} (ku^+)^3 - \frac{1}{24} (ku^+)^4 \right), \quad (3)$$

где  $k = 0,41$  – константа Кармана;  $\text{Re} = \rho u d/\mu$  – известное число Рейнольдса в первом пристеночном узле. При известном числе Рейнольдса в данном узле уравнение (9) решается итерационно методом Ньютона относительно параметра  $u^+$ . Затем определяются  $u_\tau = u/u^+$  и  $y^+ = \rho u_\tau d/\mu$ . При решении системы уравнений движения газа касательное напряжение  $\tau_{xy}$  в ближайших к поверхности пластины пристеночных узлах в уравнениях сохранения компонентов импульса и энергии приравнивается к напряжению на стенке  $\tau_w = \rho u_\tau^2$ , найденному с помощью пристеночных функций. Тепловой поток выражается через температуру трения и параметр  $T^+$ :  $q_w = (T_w - T_i) \rho C_p u_\tau / T^+$ . Отсюда коэффициент теплоотдачи на поверхности пластины – газ  $\alpha = \rho C_p u_\tau / T^+$ . Зная температуры газа  $T_1, T_2$  вблизи горячей и холодной поверхностей пластины в ближайших к поверхности узлах газовой сетки, коэффициенты теплоотдачи поверхностей  $\alpha_1, \alpha_2$ , теплопроводность пластины  $\lambda$  и ее толщину  $h$ , температуру в узлах на поверхностях пластины в стационарном режиме [15] определим следующим образом:

$$T_{w1} = T_1 - (k_c/\alpha_1)(T_1 - T_2); \quad T_{w2} = T_2 + (k_c/\alpha_2)(T_1 - T_2), \quad (4)$$

где  $\alpha_1 = \rho_1 C_p u_{\tau 1} / T_1^+$ ,  $\alpha_2 = \rho_2 C_p u_{\tau 2} / T_2^+$  – коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего и холодного потоков;  $k_c = (1/\alpha_1 + 1/\alpha_2 + h/\lambda)^{-1}$  – коэффициент теплопередачи стенки. Модель адиабатической стенки реализуется при  $\lambda \rightarrow 0$ . Из выражения (4) следует, что при этом условии температура поверхности стенки равна температуре газа в области, прилегающей к поверхности:  $T_{w1} = T_1$ ,  $T_{w2} = T_2$ . Другой предельный случай реализуется при  $\lambda \rightarrow \infty$ , в частности, при  $\alpha_1 = \alpha_2$ :  $T_{w1} = T_{w2} = (T_1 + T_2)/2$ . При решении сопряженной задачи коэффициент теплопередачи рассчитывается с учетом толщины и коэффициента теплопроводности.

Монотонность решения, полученного методом Мак-Кормака, достигалась применением алгоритма нелинейной коррекции [16] к вектору газодинамических функций  $U = (\rho, u, v, E)^T$  после перехода на следующий временной слой (при  $t = t^{n+1}$ ).

Блочно-структурированную конечно-разностную сетку строили, объединяя сеточные блоки области течения газа. Внутри каждого блока для построения сетки применялся метод Томпсона [7]. Сетки смежных блоков строились с совпадающими на границах блоков узлами.

На твердых границах расчетной области для составляющих скорости и для модифицированной турбулентной вязкости задавались однородные граничные условия первого рода, для давления, темпера-

туры, энергии и плотности газа – однородные граничные условия второго рода. На входных границах областей течения горячего и холодного газа задавались давление, плотность, температура, величина модифицированной турбулентной вязкости, а также однородные граничные условия второго рода для составляющих скорости. На выходных границах задавались значения давления и ставились однородные граничные условия второго рода для остальных газодинамических функций, включая модифицированную турбулентную вязкость. В приведенных далее расчетах  $p_{1\text{вх}} = 1,1p_{10}$ ,  $p_{1\text{вых}} = 0,9p_{10}$ ,  $p_{2\text{вх}} = (1,1 + a\sin(2\pi ft))p_{20}$ ,  $p_{2\text{вых}} = 0,9p_{20}$ , где  $p_{10} = \rho_{10}RT_{10}$ ,  $R = 287$  Дж / кг · К ;  $f$ ,  $a$  – частота и коэффициент, задающий амплитуду колебаний давления в пульсирующем режиме. В стационарном режиме  $a = 0$ .

В начальный момент времени во внутренних узлах газовой расчетной области задавались температуры основного и вторичного газа  $T_{10} = 600$  К ,  $T_{20} = 400$  К , а также их плотность  $\rho_{10}$ ,  $\rho_{20}$ . В начальный момент времени газ был неподвижным.

Величина модифицированной турбулентной вязкости при  $t = 0$  полагалась равной кинематической вязкости во всех внутренних узлах. В узлах конечно-разностной сетки для фрагментов поперечного сечения пластины (рис. 1) задавались значения ее температуры.

Сопоставим результаты решения задачи о формировании конвективной пленки вблизи поверхности плоской пластины со щелевым каналом постоянного сечения в стационарном и пульсирующем режимах. На рис. 1, а представлена схема расчетной области, где 1, 2 – фрагменты поперечного сечения пластины. Толщина пластины  $h = |A_1F_1| = |D_1C_2| = 0,006$  м, угол наклона щелевого канала  $\alpha = 30^\circ$ . Размеры расчетной области:  $L = 0,32$  м ;  $h_1 = 0,2$  м ;  $h_2 = 0,18$  м.

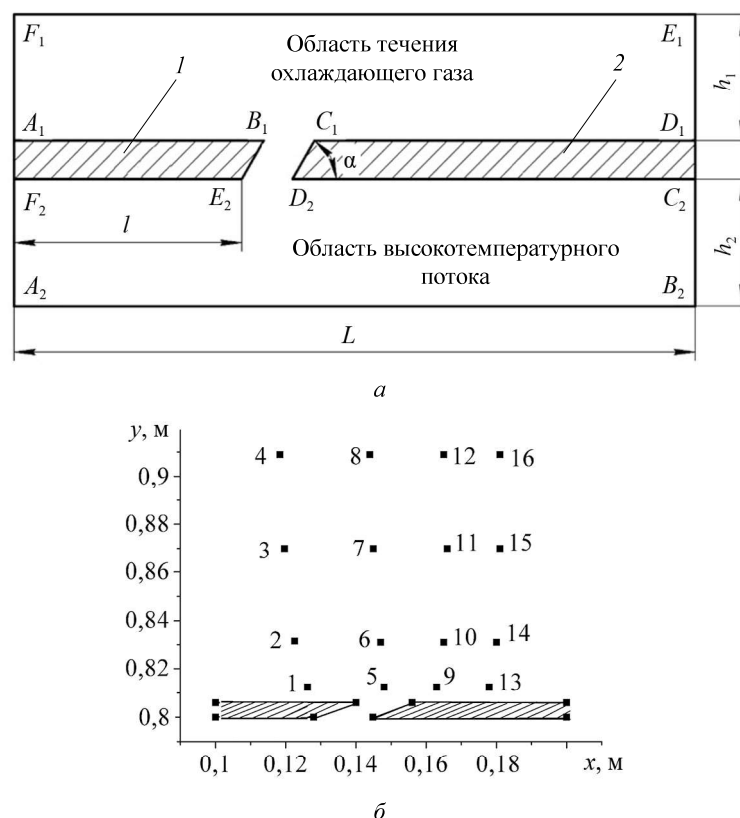


Рис. 1

Для оценки работоспособности модели были выполнены расчеты течения турбулентного потока газа в плоском канале и построены профили скорости  $u^+ \left( \log(y^+) \right)$  в сечениях, расположенных поперек

пограничного слоя [12]. Анализ сеточной сходимости с применением правила Рунге выполнялся на сетках с числом узлов  $200 \times 200$ ,  $300 \times 300$ ,  $400 \times 400$  [12]. Расчеты, которые характеризуют транспортные и диссипативные свойства схемы при решении волновых задач в открытых и закрытых каналах, приведены, например, в работе [17].

На рис. 1, *а* представлена схема расчетной области  $A_2B_2E_1F_1$  с наклонным щелевым каналом  $E_2D_2C_1B_1$ . Пластина разделяет потоки низкотемпературного и горячего газа. Рис. 1, *б* иллюстрирует расположение точек в окрестности щелевого канала, в которых сопоставляются температуры газа в стационарном и пульсационном режимах.

Расчеты выполнены на сетке с числом узлов  $N_j \times N_k = 300 \times 300$ . Ближайшие к поверхности пластины пристеночные узлы сетки по обе стороны пластины располагались в начале логарифмических областей динамических пограничных слоев. Согласно расчетам в стационарном режиме параметр вдува составляет  $m = (\rho u)_{\text{хол}} / (\rho u)_{\text{осн}} \approx 0,5$ .

Процесс установления температуры в точках 1–4 с координатами (см. рис. 1, *б*) показан на рис. 2: *а* – точка 1 ( $x = 0,1262$  м;  $y = 0,8123$  м); *б* – точка 2 ( $x = 0,1226$  м;  $y = 0,8315$  м); *в* – точка 3 ( $x = 0,1197$  м;  $y = 0,87$  м); *г* – точка 4 ( $x = 0,1184$  м;  $y = 0,909$  м).

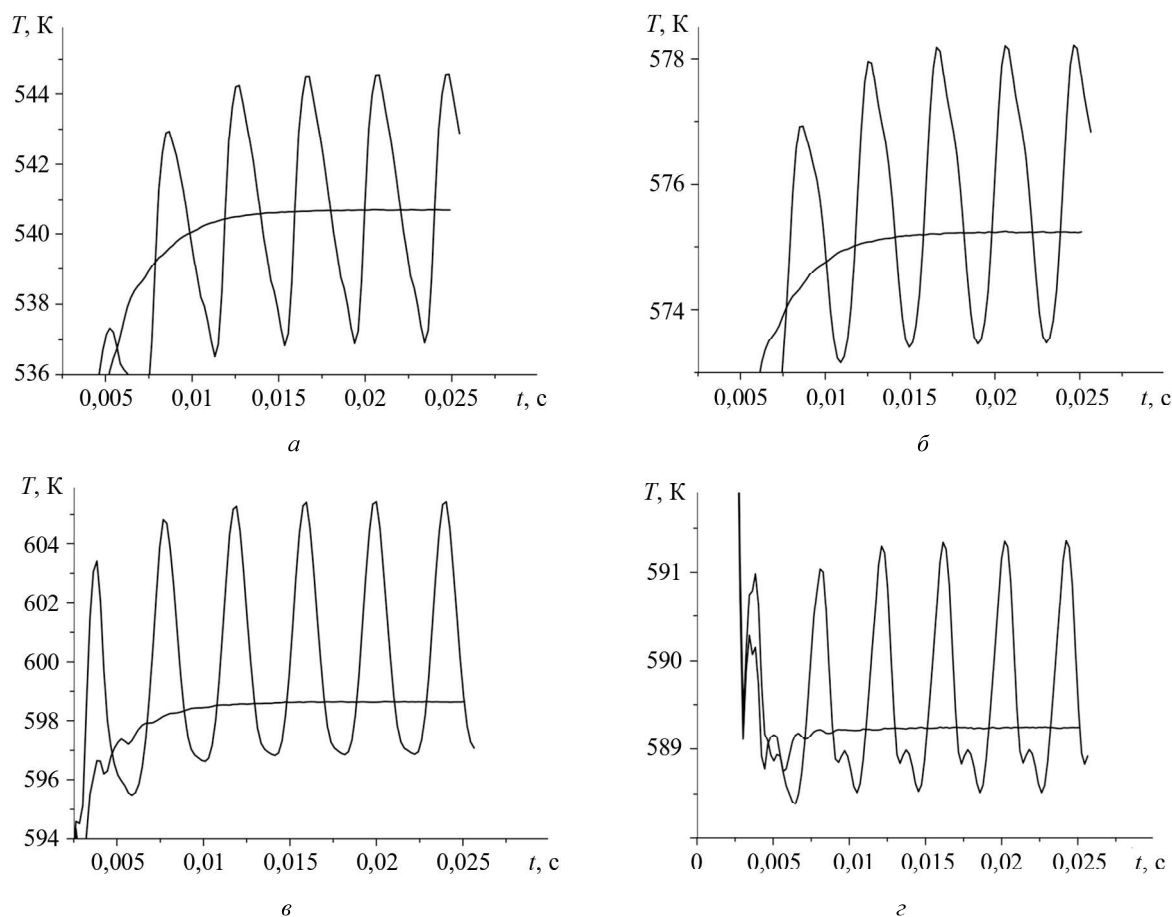


Рис. 2

Процесс установления стационарного режима завершается к моменту времени  $t \approx 0,012$  с, что примерно соответствует времени установления колебаний в пульсирующем режиме (см. рис. 2). В контрольных точках 1–3, расположенных слева от щелевого канала, в области границы контакты основного и вторичного потоков устанавливаются нелинейные колебания с несимметричными фронтами, приближающиеся к колебаниям разрывного типа. В окрестности точки 1 средняя за период температура газа близка к установившейся температуре в стационарном режиме. В точках 2–4 средняя за период температура газа в пульсирующем режиме выше, чем температура в стационарном режиме. Размах температуры

за период колебаний с увеличением расстояния от пластины уменьшается и составляет в точке 1  $T_{\max} - T_{\min} \approx 7,6$  К, точке 2 –  $T_{\max} - T_{\min} \approx 4,8$  К, точке 4 –  $T_{\max} - T_{\min} \approx 2,8$  К. Разность средней за период и стационарной температуры положительна, с увеличением расстояния от поверхности возрастает и составляет в точке 1  $\Delta T \leq 0,03$  К, точке 2 –  $\Delta T \approx 0,6$  К, точке 4 –  $\Delta T \approx 0,7$  К.

Временные зависимости температуры газа в стационарном и пульсирующем охлаждающих потоках в точках 5–8 с координатами приведены на рис. 3: *а* – точка 5 ( $x = 0,148$  м;  $y = 0,812$  м); *б* – точка 6 ( $x = 0,147$  м;  $y = 0,831$  м); *в* – точка 7 ( $x = 0,145$  м;  $y = 0,87$  м); *г* – точка 8 ( $x = 0,144$  м;  $y = 0,909$  м).

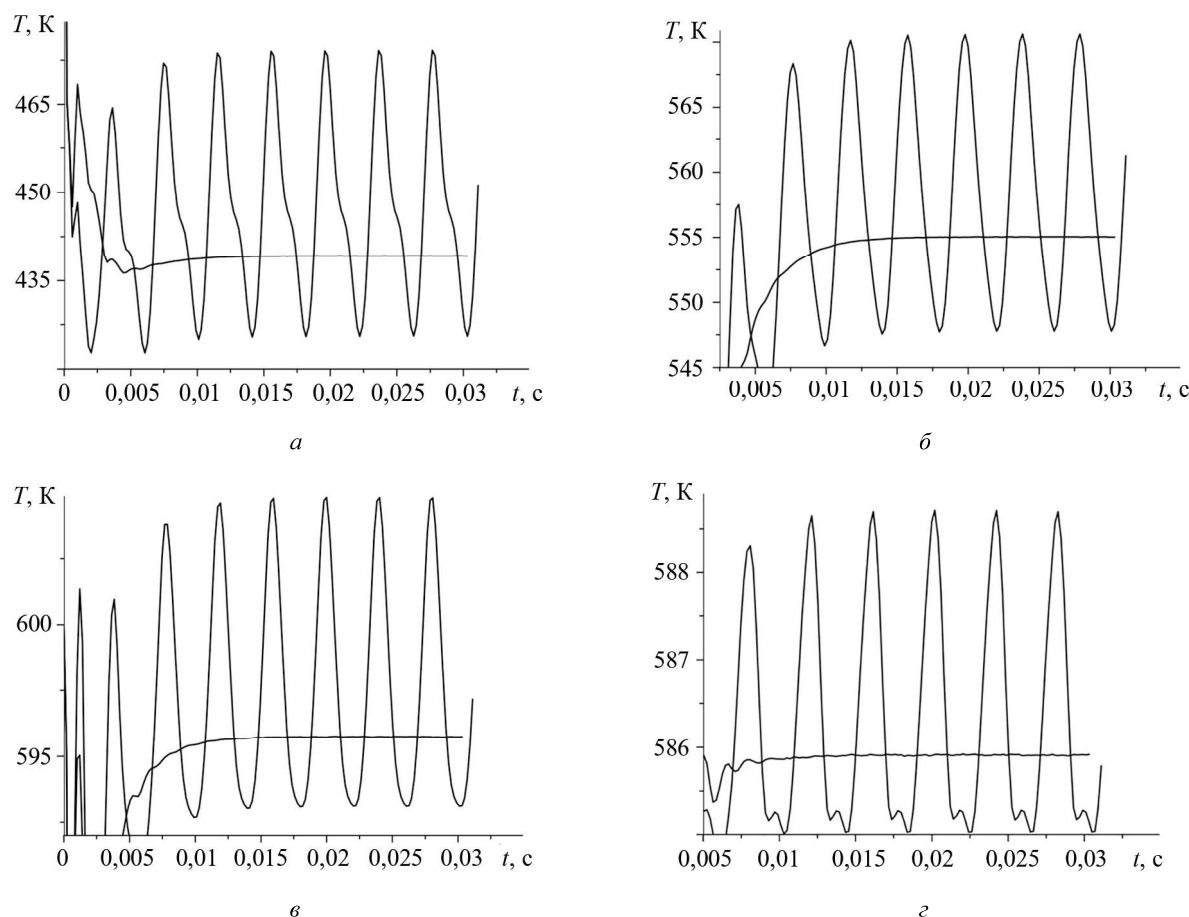


Рис. 3

В точках 5–7 колебания нелинейны. В точке 5, которая удалена от плоскости пластины на  $\Delta y = 0,006$  м, длительность переднего фронта составляет  $\Delta t \approx 0,0015$  с, заднего  $\Delta t \approx 0,0026$  с. При увеличении расстояния от выходного сечения щели до  $\Delta y = 0,025$  м в точке 6 длительность переднего фронта составляет  $\Delta t \approx 0,0017$  с, заднего  $\Delta t \approx 0,0024$  с. При увеличении расстояния до верхней поверхности пластины до  $\Delta y = 0,103$  м в точке 8 асимметрия длительности волновых фронтов снижается, тип колебаний приближается к гармоническому (см. рис. 3, *б–г*). Переход от разрывных колебаний к гармоническим сопровождается уменьшением их размаха за период: в точке 5 ( $\Delta y = 0,006$  м) перепад температуры за период  $T_{\max} - T_{\min} = 48,4$  К, точке 6 ( $\Delta y = 0,025$  м) –  $T_{\max} - T_{\min} = 23$  К, точке 7 ( $\Delta y = 0,064$  м) –  $T_{\max} - T_{\min} = 11,4$  К, точке 8 ( $\Delta y = 0,103$  м) –  $T_{\max} - T_{\min} = 3,7$  К.

Временные зависимости в точках 9–12, лежащих вблизи вертикальной линии, расположенной ниже по потоку относительно выходного сечения щелевого канала, приведены на рис. 4: *а* – точка 9 ( $x = 0,163$  м;  $y = 0,812$  м); *б* – точка 10 ( $x = 0,165$  м;  $y = 0,831$  м); *в* – точка 11 ( $x = 0,166$  м;  $y = 0,870$  м); *г* – точка 12 ( $x = 0,165$  м;  $y = 0,909$  м).

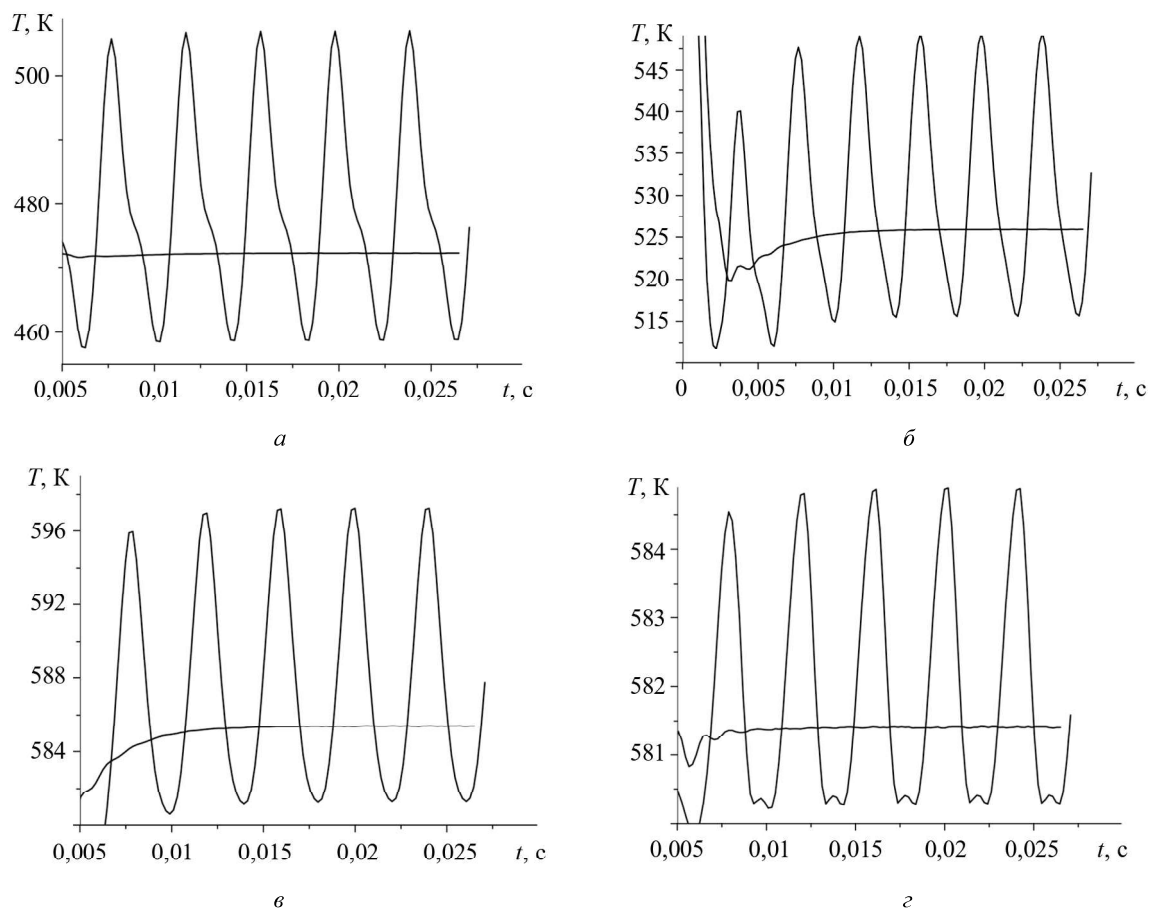


Рис. 4

Колебания с несимметричными фронтами, приближающиеся к разрывному типу, наблюдаются в точках 9–11 (см. рис. 4, *а–в*). Во всех рассматриваемых точках 9–12 средняя за период температура газа выше, чем установившееся значение температуры в стационарном режиме: в точках 9–12 разница составляет  $\Delta T \approx 10$  К,  $\Delta T \approx 6,5$  К,  $\Delta T \approx 4$  К,  $\Delta T \approx 1,5$  К. На линии точек 13–14–15–16, расположенной ниже по течению на расстоянии  $\Delta x \approx 0,02$  м, результаты качественно подобны. Нелинейность колебаний ярко выражена в узлах 13, 14. В узлах 15, 16 происходят колебания с приблизительно одинаковой длительностью фронтов сжатия и разрежения. Средняя за период температура газа превышает установившуюся в стационарном режиме температуру в точках 13–16 на  $\Delta T \approx 12$  К,  $\Delta T \approx 7$  К,  $\Delta T \approx 4$  К,  $\Delta T \approx 1$  К.

На рис. 5 приведено пространственное распределение разности средней за период температуры в пульсационном режиме подачи охладителя и установившейся температуры газа в стационарном режиме в окрестности выходного сечения щелевого канала, расположенного на оси  $x$  в диапазоне  $0,14 \leq x \leq 0,155$  м,  $y = 0,806$  м. Положительная разность температур означает, что температура смеси основного и вторичного потока в пульсационном режиме выше, чем в стационарном, что снижает эффективность тепловой защиты в пульсационном режиме по сравнению со стационарным.

Согласно проведенным расчетам рост средней за период температуры в пульсационном режиме по сравнению с температурой в стационарном режиме подачи охладителя происходит преимущественно вблизи оси канала и в направлении вниз по потоку, где формируются нелинейные колебания, близкие к разрывным, и должна формироваться защитная пленка. Следовательно, пульсационный режим подачи охладителя при малых значениях параметра вдува способствует более интенсивному перемешиванию основного и вторичного потоков и снижает эффективность охлаждения, что подтверждается известными из литературы расчетными и экспериментальными результатами.

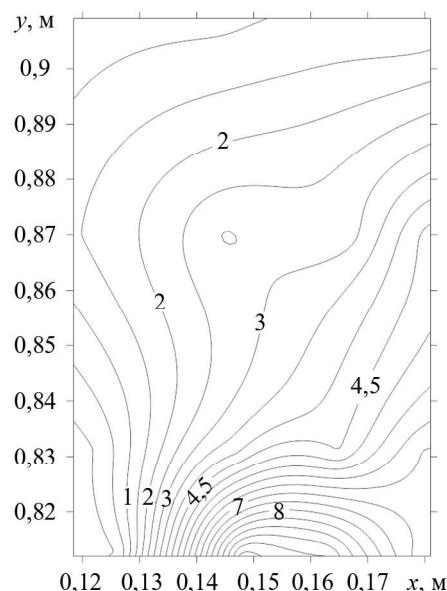


Рис. 5

Таким образом, даже при малых интенсивностях вдува в окрестности выходного сечения щелевого канала и ниже по потоку формируется нелинейное волновое поле разрывного типа с асимметричными фронтами сжатия и разрежения. При этом распределение защитной пленки приблизительно совпадает с локализацией нелинейного волнового поля. Под действием нелинейных колебаний происходит более интенсивное по сравнению со стационарным режимом течения перемешивание вторичного и основного потоков, в связи с чем увеличивается температура пленки и снижается эффективность охлаждения пластины.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00207, <https://rscf.ru/project/22-19-00207/>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жукин А.В. и др. Теплофизика рабочих процессов в охлаждаемых лопатках газовых турбин. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2020. 392 с.
2. Ильинков А.В. и др. Интенсификация охлаждения стенки однополостными диффузорными выемками на турбулентном режиме течения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 142–145.
3. Жукин А.В. и др. Эффективность тепловой завесы при вдуве пульсирующего потока воздуха (обзор) // Теплоэнергетика. 2023. № 9. С. 5–17.
4. Rutledge J.L., King P.I., Rivir R. CFD Predictions of Pulsed Film Cooling Heat Flux on a Turbine Blade Leading Edge // Proc. of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Oct. 31 – Nov. 6, 2008, Boston, USA. Vol. 10. P. 1139–1149.
5. Kartuzova O. et al. Computational Simulation of Cylindrical Film Hole with Jet Pulsation on Flat Plates // Journal of Propulsion and Power. 2009. Vol. 25. № 6. P. 1249–1258.
6. Steger J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA Journal. 1978. Vol. 16. № 7. P. 679–686.
7. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. М.: Мир, 1991. Т. 2. 552 с.
8. Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990. 242 с.
9. Тукмаков А.Л. Численное моделирование дрейфа твердых частиц при резонансных колебаниях газа в открытом канале // Акустический журнал. 2009. № 2. С. 247–255.
10. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows // Proc. of the 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan. 6–9, 1992, Reno, USA. AIAA Paper № 1992-0439.
11. Соломатин П.С., Семенов И.В., Меньшов И.С. К расчету турбулентных течений на основе модели Спаларта – Аллмараса с применением LU-SGS-GMRES алгоритма. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018 (Препринт / ИПМ им. М.В. Келдыша; № 119).
12. Тукмаков А.Л. и др. Модель формирования защитной пленки в окрестности щелевого канала при конвективно-пленочном охлаждении пластины // Математическое моделирование. 2023. № 7. С. 3–18.

13. Ефремов В.Р. и др. Использование пристеночных функций для моделирования турбулентного теплового пограничного слоя // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2019. № 6. С. 1037–1046.
14. Spalding D.B. A Single Formula for the “Law of the Wall” // Journal of Applied Mechanics. 1961. Vol. 28. Iss. 3. P. 455–458.
15. Мухачев Г.А., Шукин В.К. Термодинамика и теплопередача. М.: Высшая школа, 1991. 479 с.
16. Жмакин А.И., Фурсенко А.А. Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1980. № 4. С. 1021–1031.
17. Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А. Сопоставление результатов физических экспериментов по нелинейным колебаниям аэрозоля в акустических резонаторах с численными расчетами на основе математической модели гетерогенной сплошной среды // Проблемы механики и управления: нелинейные динамические системы. 2019. № 51. С. 87–96.

Поступила в редакцию 11.04.24

После доработки 21.11.24

Принята к публикации 25.11.24

## Wave Field near Slot Channel Outlet Formed in Pulsation Mode at Convective-Film Cooling of a Plate

A.L. TUKMAKOV, A.A. AKHUNOV, N.A. TUKMAKOVA, AND V.V. KHAR'KOV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Results of calculations of temperature fields in stationary and pulsation modes of coolant supply at convective-film cooling of a plate flown by high-temperature and cooling air flows are compared. The mathematical model is based on the RANS hybrid 2-D method in a nonstationary formulation for a viscous compressible heat-conducting gas using velocity and thermal wall functions, with the conjugation of gas-dynamic and thermal problems. The solution is obtained using the explicit finite-difference McCormack scheme with spatial operator separation and a nonlinear correction algorithm. Calculations of thermal and velocity fields are performed, and time-temperature dependences are given in the vicinity of the outlet section of the slot channel, which are formed in stationary and pulsation modes of a cooling air supply.*

**Numerical modeling, Navier–Stokes equations, MacCormack scheme, multiply connected regions, wall functions, convective-film cooling**