

Расчет паркетирования и кривизны заполнителя сэндвич-панели со складчатой шестилучевой реверсивной структурой

В.И. ХАЛИУЛИН,
д-р техн. наук,
Н.И. НАСЫРОВА,
канд. физ.-мат. наук,
А.А. МАЛЫШЕВА,
В.А. КОСТИН,
д-р техн. наук
(КНИТУ-КАИ, Казань),
Р.Ш. ГИМАДИЕВ,
д-р техн. наук
(КГЭУ, Казань)
pla.kai@mail.ru

Представлены результаты исследования закономерностей построения шестилучевых реверсивных складчатых структур, которые возможно применять в сэндвич-панелях криволинейной формы в конструкциях летательных аппаратов. Изучены условия паркетирования плоской развертки типовыми фрагментами. Показано, что в отличие от четырехлучевых структур в шестилучевых необходимо выполнить операцию частичного наложения стоящих в одном ряду элементарных модулей. Представлена методика и математические зависимости для расчета кривизны огибающей поверхности складчатого заполнителя при заданных исходных параметрах его рельефа. Предложены рекомендации, позволяющие свести бесконечное множество решений трансформирования шестилучевой структуры к единственному.

Заполнитель сэндвич-панели, шестилучевые складчатые структуры, реверсивные типовые фрагменты, паркетирование типовыми фрагментами, расчет кривизны заполнителя

При проектировании легкого заполнителя складчатого типа для многослойной панели на начальном этапе определяется архитектура регулярно повторяющегося типового фрагмента – элементарного модуля.

Благодаря многообразию элементарных модулей [1–3] появляется возможность рациональной реализации структуры в условиях конкретной задачи (звукопоглощение, теплоизоляция, энергопоглощение, сдвиговая прочность и т. д.).

Основой существования складчатых структур является условие покрытия плоской поверхности развертками элементарных модулей без зазора между ними. Процедура покрытия называется паркетированием [4–7]. Следует отметить, что в элементарном модуле заложена большая часть геометрических свойств складчатой структуры. В то же время на законы ее трансформирования влияет характер паркетирования. Например, для четырехлучевых структур характерно покрытие поверхности развертки простым сопряжением четырехлучевых элементарных модулей по граням [8, 9]. Все свойства таких структур однозначно определяются архитектурой элементарного модуля, в отличие от структур, образованных элементарными модулями с большим количеством лучей. Например, чтобы паркетировать поверхность элементарными модулями из шестилучевого семейства [10], необходимо частичное наложение соседних элементарных модулей. В этом случае кинематика трансформирования уже будет определяться не одним типовым фрагментом, а их совокупностью. Кроме того, способы наложения элементарных модулей, в принципе, не должны препятствовать процессу трансформирования. В связи с этим актуальна проблема паркетирования.

В настоящей работе также разрабатывается математическая база для расчета кривизны складчатого заполнителя криволинейных панелей. Под кривизной в этой работе понимаем степень искривленности огибающей поверхности шестилучевой складчатой структуры. Полезной особенностью складчатых структур является возможность их изготовления сразу с заданной кривизной. Эта задача решалась для заполнителей с четырехлучевой структурой – рядовой азимутальной с продольной кривизной [11], спиральной [12], структурой с площадками по гребням [13], z-гофром с поперечной кривизной [14], модифицированным реверсивным V-гофром [15]. Все эти рядовые структуры однозначно можно было описать, рассматривая только один изолированный элементарный модуль.

В данной работе рассматривается реверсивная шестилучевая структура (рис. 1, а), у которой нет однозначности решения в кинематике трансформирования, при паркетировании элементарные модули накладываются один на другой. В этих условиях решается задача обеспечения однозначности трансформирования и определения радиуса огибающей поверхности для создания криволинейной сэндвич-панели.

Работа является продолжением исследования [16].

Паркетирование плоскости шестилучевым реверсивным элементарным модулем

Выполним паркетирование плоскости разработанным ранее [16] реверсивным элементарным модулем следующим образом. Реверсивный элементарный модуль, ограниченный замкнутой ломаной $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$ (см. рис. 1, а), отразим относительно осей симметрии A_1B_1 и A_3B_3 . Слева и справа от данного модуля получим два равных ему реверсивных элементарных модуля, имеющих с исходным модулем общие ребра A_1B_1 и A_3B_3 . Затем правый модуль будем подвергать осевой симметрии относительно прямой, содержащей его правое ребро, а левый – относительно прямой, содержащей левое ребро этого модуля. Продолжая этот процесс, получаем бесконечную полосу из реверсивных элементарных модулей.

Далее выполним наложение реверсивного элементарного модуля с границей $C_1C_2C_3D_3D_2D_1$ на равный ему реверсивный элементарный модуль с границей $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$ таким образом, чтобы параллелограммы $B_0PB_2B_1$ и $C_2C_3C_4Q$ совпали, причем $B_0 = C_2$, $P = C_3$, $B_2 = C_4$, $B_1 = Q$. Построим вторую полосу реверсивных модулей, аналогично применяя осевую симметрию.

Действуя таким образом, получаем паркетирование плоскости равными реверсивными модулями с их частичным наложением друг на друга. Каждый реверсивный элементарный модуль определяется парой шестилучевых модулей, заданных векторами $\vec{r}_i$ и $\vec{b}_i$, $\forall i = \overline{0;5}$ (рис. 1, б), только центры этих модулей будут каждый раз в новых точках.

При описанном ранее трансформировании исходного реверсивного элементарного модуля в работе [16] векторы-образы $\vec{r}_1'$ и $\vec{r}_3'$ остаются в плоскости XOY . Другие векторы и ребра реверсивного модуля меняют положение в пространстве в зависимости от угла φ , на который поворачиваются $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_3$ вокруг точки O – начала координат навстречу друг другу. Полученный реверсивный модуль симметричен относительно плоскости XOZ в E_3 .

Паркетирование плоскости выполнено с помощью осевой симметрии и частичного наложения реверсивных модулей, поэтому при трансформировании реверсивного элементарного модуля в E_3 будет изменяться вся конструкция из модулей. Таким образом, получаем шестилучевую складчатую поверхность следующего вида (рис. 2).

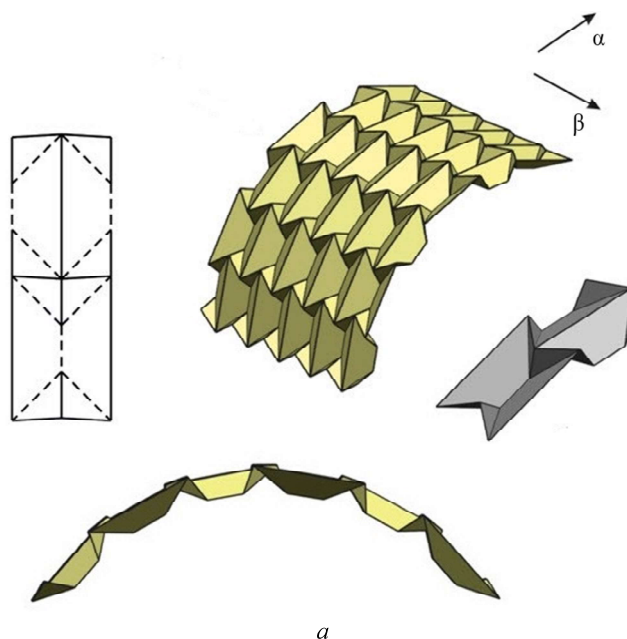


Рис. 1. Схема построения развертки шестилучевой реверсивной структуры:
а – шестилучевая структура; б – паркетирование плоскости элементарными модулями (Начало)

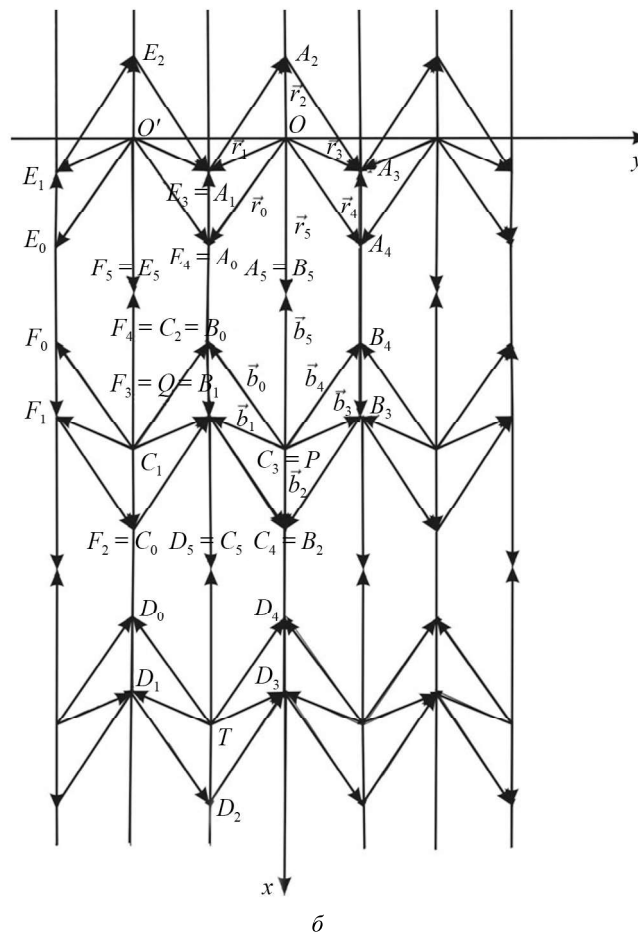


Рис. 1. Схема построения развертки шестилучевой реверсивной структуры:
 а – шестилучевая структура; б – паркетирование плоскости элементарными модулями (Окончание)

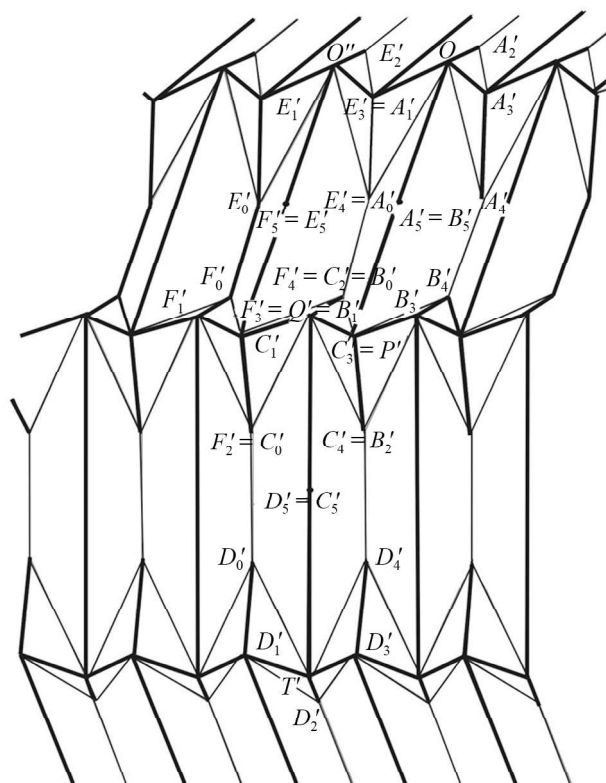


Рис. 2. Пространственная трансформированная поверхность шестилучевой реверсивной структуры

Отметим, что каждый трехмерный реверсивный модуль в данной складчатой поверхности имеет две плоскости симметрии по аналогии с образом исходного реверсивного элементарного модуля. Одна плоскость симметрии определяется векторами-образами $\vec{r}_2'$, $\vec{r}_5'$ и их общим началом, а вторая – плоскость α – перпендикулярна $\vec{r}_5'$ и проходит через его конец A_5' .

Рассмотрим два соседних реверсивных элементарных модуля с границами $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$ и $E_1E_2E_3F_3F_2F_1$ (см. рис. 1, б). После трансформирования их общей границей будет ломаная $A_1'A_0'B_0'B_1'$ (см. рис. 2). Сохраним обозначения координат векторов и точек, принятые в работе [16]. Точки A_1' и B_1' имеют одинаковую вторую координату y_1' , т. е. обе лежат в плоскости $y = y_1'$, параллельной XOZ и одновременно перпендикулярной оси OY .

Две другие вершины ломаной A_0' и B_0' также имеют одинаковую вторую координату y_0' , значит, обе лежат в плоскости $y = y_0'$, параллельной XOZ .

Учтем, что точки $A_1' = E_3'$, $B_1' = F_3'$, $A_0' = E_4'$, $B_0' = F_4'$ являются одновременно концами векторов двух соседних равных реверсивных модулей, одинаково изменившихся при трансформировании. Методом от противного несложно доказать, что все четыре пары точек будут лежать в одной плоскости β с уравнением $y = y_1'$, параллельной XOZ . Таким образом, вторые координаты этих точек будут равны y_1' . В то же время точки $B_0' = F_4' = C_2'$ и $B_1' = F_3' = Q$ являются вершинами шестилучевого реверсивного элементарного модуля с границей $C_1'C_2'C_3'D_3'D_2'D_1'$, который наложен на реверсивные модули с границами $A_1'A_2'A_3B_3B_2B_1'$ и $E_1'E_2'E_3F_3F_2F_1'$. Получаем условие, при котором плоскость с уравнением $y = y_1'$, параллельная XOZ , одновременно совпадает с плоскостью симметрии модуля $C_1'C_2'C_3'D_3'D_2'D_1'$.

Итак, при заданных способах паркетирования и трансформирования шестилучевая складчатая структура будет иметь бесконечно много плоскостей симметрии, параллельных XOZ и проходящих через центры всех шестилучевых модулей складчатой структуры. Кроме того, все образы реверсивных модулей в E_3 будут иметь вторые плоскости симметрии. Эти плоскости в каждом реверсивном элементарном модуле перпендикулярны ребру, соединяющему два центра его шестилучевых модулей, и проходят через середину этого ребра. Используем полученную ранее [16] систему уравнений

$$\begin{cases} x_0' = \frac{x_0x_1 + y_0'^2 - y_1't}{x_1'}; \\ y_0' = t; \\ z_0' = \pm \sqrt{x_0^2 + y_0'^2 - t^2 - \frac{(x_0x_1 + y_0'^2 - y_1't)^2}{(x_1')^2}}. \end{cases} \quad (1)$$

Из равенства координат $y_0' = y_1'$ и системы (1) получаем $y_0' = y_1' = t$, т. е. параметр $t = y_1' = x_1 \sin \varphi + y_0 \cos \varphi$ [16] зависит от исходных координат векторов шестилучевого элементарного модуля и угла поворота φ векторов $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_3$. Это значит, что t перестает быть параметром и принимает конкретное значение при заданных x_1 , y_0 , φ . Тогда исчезает последняя степень свободы в решении задачи о построении шестилучевой складчатой структуры методом трансформирования реверсивного элементарного модуля и паркетирования плоскости.

Итак, результат трансформирования исходного реверсивного элементарного модуля в случае описанного способа паркетирования плоскости будет однозначно определяться углом поворота φ векторов $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_3$ заданного шестилучевого элементарного модуля.

Определение координат образов векторов реверсивного элементарного модуля в E_3 в условиях паркетирования плоскости

Как было доказано, точки A'_1, B'_1, A'_0, B'_0 лежат в плоскости с уравнением $y = y'_1$, значит, вторые координаты векторов $\vec{r}'_1, \vec{b}'_1, \vec{r}'_0, \vec{b}'_0$ равны, а также равны $y'_0 = y'_1 = x_1 \sin \varphi + y_0 \cos \varphi$. Задача о нахождении координат образов векторов шестилучевого реверсивного модуля в E_3 имеет вполне определенное решение.

Найдем координаты $\vec{r}'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$, $\forall i = \overline{0;5}$.

В работе [16] были получены следующие уравнения:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 \cos \varphi - y_0 \sin \varphi; \\ y'_1 = x_1 \sin \varphi + y_0 \cos \varphi; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x'_2 = \frac{x_1(x_1 - x_0)}{x'_1}; \\ y'_2 = 0; \\ z'_2 = -\left| \frac{x_1 - x_0}{x'_1} \right| \sqrt{(x'_1)^2 - x_1^2}. \end{cases} \quad (3)$$

Из систем уравнений (2), (3) получаем координаты векторов $\vec{r}'_1(x'_1, y'_1, 0)$ и $\vec{r}'_3(x'_1, -y'_1, 0)$, а также $\vec{r}'_2(x'_2, 0, z'_2) = \vec{r}'_2\left(\frac{x_1(x_1 - x_0)}{x'_1}; 0; -\left| \frac{x_1 - x_0}{x'_1} \right| \sqrt{(x'_1)^2 - x_1^2}\right)$, которые зависят от координат данных векторов $\vec{r}_i$, $\forall i = \overline{0;5}$, и значений y'_1 и $x'_1 = x_1 \cos \varphi - y_0 \sin \varphi$, т. е. от угла поворота φ векторов $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_3$ при заданном трансформировании.

Координаты $\vec{r}'_0(x'_0, y'_1, z'_0)$ и $\vec{r}'_4(x'_0, -y'_1, z'_0)$ получаем из системы (1) после некоторых преобразований. В уравнениях второго порядка часто получается два корня. От знака, взятого перед квадратным корнем, зависит вид образа реверсивного модуля в трехмерном пространстве.

Изучим случай, когда третьи координаты векторов $\vec{r}'_0, \vec{r}'_2, \vec{r}'_4, \vec{r}'_5$ и соответствующих им $\vec{b}'_i$ будут отрицательными:

$$\begin{cases} x'_0 = \frac{x_0 x_1 + y_0^2 - (y'_1)^2}{x'_1}; \\ y'_0 = y'_1; \\ z'_0 = -\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - (y'_1)^2 - (x'_0)^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Координаты $\vec{r}'_5(x'_5, y'_5, z'_5)$ находим из системы, полученной в работе [16]:

$$\begin{cases} x'_5 = \frac{x_0 x_5 - z'_0 z'_5}{x'_0}; \\ y'_5 = 0; \\ z'_5 = x_5 \frac{x_0 z'_0 \pm \sqrt{x_0^2 (z'_0)^2 - ((x'_0)^2 + (z'_0)^2)(x_0^2 - (x'_0)^2)}}{(x'_0)^2 + (z'_0)^2}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_5 = \frac{x_0 x_5}{x'_0} - \frac{x_5 z'_0 \left(x_0 z'_0 - x'_0 \sqrt{y_0^2 - (y'_1)^2} \right)}{x'_0 \left(x_0^2 + y_0^2 - (y'_1)^2 \right)}; \\ y'_5 = 0; \\ z'_5 = x_5 \frac{x_0 z'_0 - x'_0 \sqrt{y_0^2 - (y'_1)^2}}{x_0^2 + y_0^2 - (y'_1)^2}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Векторы $\vec{b}'_i$, $\forall i = \overline{0;5}$, реверсивной части модуля симметричны относительно плоскости α соответствующим векторам $\vec{r}'_i$ [16]. Таким образом, координаты всех векторов образа реверсивного элементарного модуля в E_3 определены.

Условия существования решений задачи о построении шестилучевой складчатой структуры данного типа с учетом ранее полученных условий [16] дает совокупность двух систем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 > 0; \\ \frac{\pi}{4} \leq \arccos \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_0^2}} \leq \frac{\pi}{2}; \\ \pi - 2 \arccos \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_0^2}} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; \\ \varphi \neq \operatorname{arccctg} \frac{y_0}{x_1}; \\ \varphi \neq -\operatorname{arctg} \frac{y_0}{x_1}; \\ y_0^2 - (y'_1)^2 \geq 0; \\ x_0 x_1 + y_0^2 - (y'_1)^2 \neq 0; \\ x_0^2 + y_0^2 - (y'_1)^2 - (x'_0)^2 > 0; \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 < 0; \\ 0 \leq \varphi \leq 2 \arccos \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_0^2}}; \\ \varphi \neq \operatorname{arccctg} \frac{y_0}{x_1}; \\ \varphi \neq -\operatorname{arctg} \frac{y_0}{x_1}; \\ y_0^2 - (y'_1)^2 \geq 0; \\ x_0 x_1 + y_0^2 - (y'_1)^2 \neq 0; \\ x_0^2 + y_0^2 - (y'_1)^2 - (x'_0)^2 > 0. \end{array} \right. \quad (8)$$

Итак, получены точные формулы координат векторов-образов при трансформировании заданного реверсивного элементарного модуля в зависимости от угла поворота φ векторов $\vec{r}'_1$, $\vec{r}'_3$, координат векторов исходного модуля и с учетом условий паркетирования плоскости. Получены системы условий существования решения задачи о нахождении координат векторов-образов.

Огибающая поверхность шестилучевой складчатой структуры

При трансформировании каждого реверсивного модуля в трехмерном пространстве происходит искривление всей шестилучевой складчатой структуры (рис. 3). Изучая проекции на плоскость XOZ и параллельные ей плоскости симметрии шестилучевой складчатой структуры, получаем, что огибающей поверхностью для такой структуры будет круговой цилиндр.

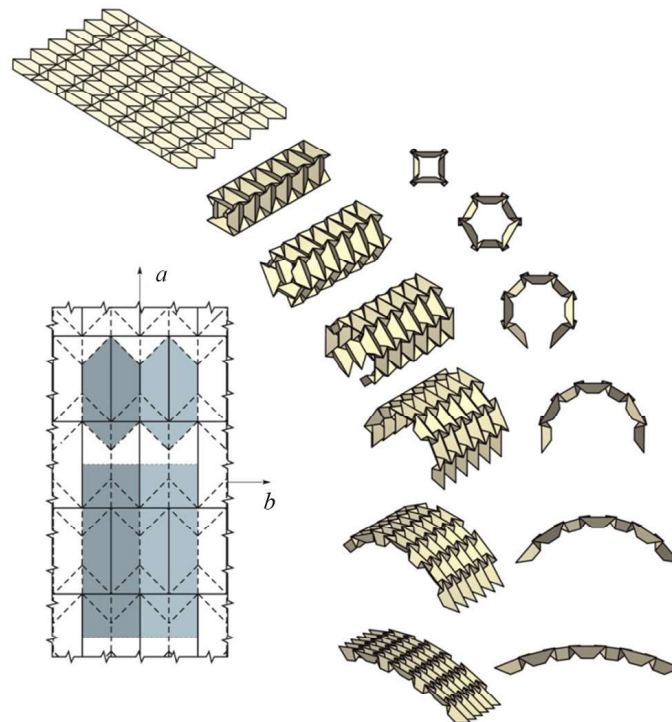


Рис. 3. Схема образования цилиндрической огибающей поверхности в процессе трансформирования

Данная цилиндрическая поверхность будет касаться шестилучевой складчатой структуры в вершинах ломаных $\dots A'_1 O A'_3 \dots$, $\dots C'_1 B'_1 P' B'_3 \dots$, $\dots D'_1 T' D'_3 \dots$, и т. д. (см. рис. 2). Отметим, что реверсивные элементарные модули построены для случая, когда первая координата вектора $\vec{r}_1(x_1; y_1; 0)$ положительна, т. е. $x_1 > 0$.

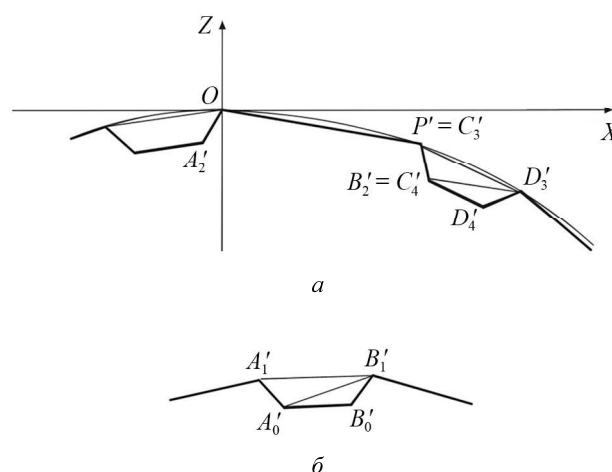


Рис. 4. Сечения шестилучевой складчатой структуры плоскостью XOZ (а) и плоскостью β (б)

Ранее доказано, что шестилучевая складчатая структура имеет бесконечно много плоскостей симметрии, параллельных XOZ , например, плоскость β с уравнением $y = y'_1$, проходящая через точки A'_1 ,

B'_1, A'_0, B'_0 . Для круговой цилиндрической поверхности ее ось симметрии q в этом случае будет перпендикулярна XOZ , а значит, и всем параллельным плоскостям симметрии шестилучевой складчатой структуры. Все сечения данной структуры такими плоскостями будут одинаковы с точностью до поворота вокруг оси q .

Таким образом, радиус огибающей цилиндрической поверхности будет равен радиусу ρ окружности, описанной около сечения шестилучевой складчатой структуры плоскостью XOZ . В этом сечении огибающая цилиндрическая поверхность будет касаться складчатой структуры в точках O, P', D'_3 (см. рис. 2, 4, а) и т. д. Для нахождения радиуса ρ достаточно знать три точки, лежащие на окружности сечения. Координаты O и P' уже известны. Найдем координаты $D'_3(u; 0; v) \in XOZ$.

Для этого рассмотрим сечения шестилучевой складчатой структуры двумя плоскостями XOZ и β с уравнениями $y = 0$ и $y = y'_1$ (см. рис. 4).

После трансформирования реверсивный элементарный модуль с границей $A'_1 A'_2 A'_3 B'_3 B'_2 B'_1$ имеет вторую плоскость симметрии α ($\alpha \perp \vec{r}_5$ и $A'_5 \in \alpha$), причем $B'_1 = S_\alpha(A'_1)$ и $B'_0 = S_\alpha(A'_0)$.

По определению симметрии относительно плоскости, отрезки $A'_0 B'_0$ и $A'_1 B'_1$ перпендикулярны плоскости α , значит, $A'_0 B'_0 \parallel A'_1 B'_1$. Тогда $A'_0 A'_1 B'_1 B'_0$ является равнобокой трапецией.

Аналогично для модуля с границей $C'_1 C'_2 C'_3 D'_3 D'_2 D'_1$ четырехугольник $P' B'_2 D'_4 D'_3$ также равнобокая трапеция. Обе трапеции равны вследствие условий паркетирования и трансформирования. Отметим, что $P' = C'_3$ и $B'_2 = C'_4$.

В равных трапециях равны соответствующие стороны и диагонали, т. е. $|A'_1 B'_1|^2 = |P' D'_3|^2$ и $|A'_0 B'_1|^2 = |B'_2 D'_3|^2$. Записав эти равенства в координатной форме, получим систему уравнений относительно переменных u, v – координат точки $D'_3(u; 0; v) \in XOZ$:

$$\begin{cases} \left(x'_1 \frac{(z'_5)^2 - (x'_5)^2}{x_5^2} - x'_1 + 2x'_5 \right)^2 + \left(-x'_1 \frac{2x'_5 z'_5}{x_5^2} + 2z'_5 \right)^2 = (u - 2x'_5)^2 + (v - 2z'_5)^2; \\ \left(x'_1 \frac{(z'_5)^2 - (x'_5)^2}{x_5^2} - x'_0 + 2x'_5 \right)^2 + \left(-x'_1 \frac{2x'_5 z'_5}{x_5^2} + 2z'_5 - z'_0 \right)^2 = (u - x'_2)^2 + (v - z'_2)^2. \end{cases} \quad (9)$$

Левые части уравнений можно рассматривать как константы. Найдя разность уравнений системы, можно выразить одну переменную через другую. После подстановки этой переменной в любое уравнение системы приходим к решению квадратного уравнения относительно второй переменной.

Координаты точки $D'_3(u; 0; v)$ будут решениями этой системы.

Нахождение радиуса огибающей круговой цилиндрической поверхности

Круговая цилиндрическая поверхность, огибающая шестилучевую складчатую структуру, в сечении плоскостью XOZ дает окружность с центром в точке G и радиусом $\rho = |OG|$. Эта окружность проходит через O, P', D'_3 двух образов реверсивных модулей, частично наложенных друг на друга (см. рис. 2, 4, а).

Найдем сначала центр G этой окружности как точку пересечения серединных перпендикуляров к отрезкам $[OP']$ и $[P'D'_3]$ в плоскости XOZ (рис. 5).

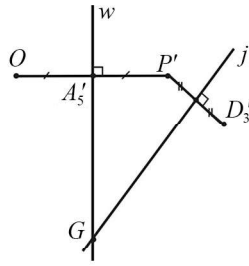


Рис. 5. Схема определения радиуса огибающей поверхности

Уравнение прямой w найдем как пересечение плоскостей XOZ и α . Получим:

$$w: x'_5x + z'_5z - x'^2_5 = 0. \quad (10)$$

Уравнение прямой j найдем, зная вектор нормали $\vec{n}_j = \overrightarrow{P'D'_3}(u - 2x'_5; 0; v - 2z'_5)$ и середину отрезка $[P'D'_3]$ с координатами $\left(\frac{u + 2x'_5}{2}; 0; \frac{v + 2z'_5}{2}\right)$:

$$j: 2x(u - 2x'_5) + 2z(v - 2z'_5) + 4x'^2_5 - (u^2 + v^2) = 0. \quad (11)$$

Решая систему уравнений (10), (11), получим координаты центра окружности – точки $G = w \cap j$:

$$G\left(\frac{2vx'^2_5 - z'_5(u^2 + v^2)}{2(vx'_5 - uz'_5)}; 0; \frac{-2ux'^2_5 + x'_5(u^2 + v^2)}{2(vx'_5 - uz'_5)}\right). \quad (12)$$

Искомый радиус $\rho = |OG|$ данной окружности, как и всей огибающей цилиндрической поверхности, равен

$$\rho = \frac{x'_5 \sqrt{(u^2 + v^2)(4x'^2_5 - 4vz'_5 - 4ux'_5 + u^2 + v^2)}}{2|vx'_5 - uz'_5|} \quad (13)$$

при условии совместности систем (7), (8) и системы неравенств

$$\begin{cases} vx'_5 - uz'_5 \neq 0; \\ 4x'^2_5 - 4vz'_5 - 4ux'_5 + u^2 + v^2 \geq 0. \end{cases} \quad (14)$$

Зная координаты центра окружности G (12), можно выписать уравнения прямой q , являющейся осью круговой цилиндрической поверхности, огибающей шестилучевую складчатую структуру:

$$\begin{cases} x = \frac{2vx'^2_5 - z'_5(u^2 + v^2)}{2(vx'_5 - uz'_5)}; \\ z = \frac{-2ux'^2_5 + x'_5(u^2 + v^2)}{2(vx'_5 - uz'_5)}. \end{cases} \quad (15)$$

Итак, найдены уравнения, описывающие радиус и ось симметрии круговой цилиндрической поверхности, огибающей шестилучевую складчатую структуру.

Разработанная методика трансформирования произвольного шестилучевого элементарного модуля и результаты решения приведенных задач могут быть использованы при изучении различных типов шестилучевых элементарных модулей, а также при построении на их основе многообразных шестилучевых складчатых структур – реверсивных (рис. 6) и азимутальных.

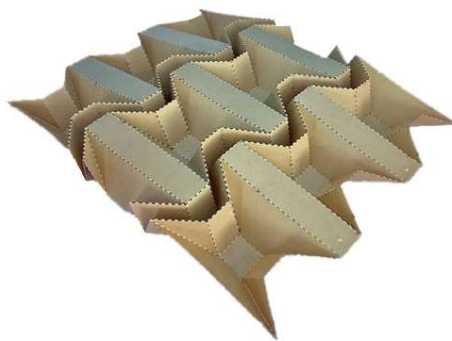


Рис. 6. Макет модифицированного шестилучевого реверсивного заполнителя

Для повышения функциональных свойств шестилучевые реверсивные структуры могут быть преобразованы глобальной модификацией [17] по пилообразным линиям. Результатом является заполнитель с большими площадками контакта с обшивками для увеличения прочности их соединения [18].

Таким образом, исследована задача паркетирования шестилучевой реверсивной складчатой структуры. Показано, что покрытие поверхности невозможно осуществить простой стыковкой элементарных модулей. Предложено создание трансформируемой структуры в различных вариантах с помощью частичного наложения развертки одного элементарного модуля на другой. Это позволило получить точные формулы координат векторов-образов при заданном трансформировании шестилучевого реверсивного модуля в зависимости от угла поворота φ векторов $\vec{r}_1$, $\vec{r}_3$ и координат исходных векторов реверсивного элементарного модуля.

Выведены формулы нахождения радиуса ρ и уравнения оси симметрии q круговой цилиндрической поверхности, огибающей построенную шестилучевую складчатую структуру.

Полученные уравнения описывают математическую модель для проектирования складчатого заполнителя реверсивной структуры с заданными параметрами рельефа и кривизной огибающей поверхности.

Статья подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 гг. при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение от 17.05.2022 г. № 075-15-2022-1023).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Халиулин В.И. О классификации регулярных рядовых складчатых структур. I // Изв. вузов. Авиационная техника. 2003. № 2. С. 7–12.
2. Fuchi K., Diaz A.R. Origami Design by Topology Optimization // Journal of Mechanical Design. 2013. Vol. 135. Iss. 11. Article № 111003.
3. Tachi T. Designing Freeform Origami Tessellations by Generalizing Resch's Patterns // Journal of Mechanical Design. 2013. Vol. 135. Iss. 11. Article № 111006.
4. Ачкасов Ю.А. Паркетирование разверток многовершинных поверхностей с помощью модулей // Прикладная геометрия и инженерная графика. 1979. № 28. С. 80–82.
5. Корниенко Л.В. Конструирование, оптимизация и паркетирование срединных поверхностей оболочек применительно к строительству: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1977. 15 с.
6. Бабичев А.Н. Оптимальное расположение типозлементов в ячейках разбивочной сети при паркетировании поверхностей // Прикладная геометрия и инженерная графика. 1982. № 34. С. 98–100.
7. Волков А.И. Паркетирование торсового покрытия – оболочки // Вопросы начертательной геометрии и ее приложение. Сб. науч. ст. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1963. Вып. 3. С. 21–24.
8. Алексеев К.А. Геометрическое моделирование регулярных и нерегулярных складчатых структур // Изв. вузов. Авиационная техника. 2011. № 1. С. 60–63.
9. Халиулин В.И. Расчет отклонения формы зетгофра от номинальной в процессе формообразования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. № 1. С. 57–61.
10. Шабалов А.В. и др. Моделирование трансформирования шестилучевой складчатой структуры // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 2. С. 108–117.
11. Звукопоглощающая панель: пат. 2052604 Рос. Федерация, № 94007326/33; заявл. 1.03.1994; опубл. 20.01.1996.

12. Закиров И.М., Алексеев К.А. Определение параметров четырехлучевой спиралевидной складчатой структуры // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 4. С. 57–62.
13. Семейко М.А. и др. Определение геометрических характеристик складчатого заполнителя на основе плоскогранного элементарного модуля с переносной симметрией с учетом толщины материала // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 1. С. 130–134.
14. Двоеглазов И.В., Халиулин В.И. Исследование влияния конструктивных параметров z-гофра на прочность при поперечном сжатии и продольном сдвиге // Изв. вузов. Авиационная техника. 2013. № 1. С. 13–17.
15. Халиулин В.И., Раздайбедин А.А., Меняшкин Д.Г. Модель трансформирования заготовки в заполнитель сэндвич-панели со структурой v-гофр // Изв. вузов. Авиационная техника. 2006. № 1. С. 52–56.
16. Халиулин В.И. и др. Модель формирования рельефа шестилучевого реверсивного складчатого заполнителя сэндвич-панели // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 203–216.
17. Складчатый заполнитель многослойной панели из листового материала: пат. 203084 Рос. Федерация, № 2020126827; заявл. 10.08.2020; опубл. 22.03.2021, Бюл. № 9.
18. Складчатый заполнитель многослойной панели: пат. на полезную модель 202911 Рос. Федерация, № 2020126826; заявл. 10.08.2020; опубл. 12.03.2021, Бюл. № 8.

Поступила в редакцию 10.09.24

После доработки 12.09.24

Принята к публикации 12.09.24

Computing the Tessellation and Curvature of the Six-Ray Reverse Folded Core for Sandwich Panels

V.I. KHALIULIN¹, N.I. NASYROVA¹, A.A. MALYSHEVA¹,
V.A. KOSTIN¹, AND R.SH. GIMADIEV²

¹ Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

² Kazan State Power Engineering University, Kazan

The paper presents the results of the study of synthesis patterns for six-ray reverse folded cores that can be used in aircraft curvilinear sandwich panels. The conditions for tessellation of the plane with typical fragments are studied. It is demonstrated that elementary units in the same row of six-ray configurations, unlike those in four-ray configurations, should partially overlap. A method and mathematical dependencies for computation of the curvature of the enveloping surface of the folded core at given initial parameters of configuration are presented. Recommendations providing a possibility to reduce the infinite set of solutions for transforming the six-ray structure to a single one are given.

Core for sandwich panels, six-ray configurations, reverse typical fragments, tessellation with typical fragments, computation of the curvature of the core