

Метод Канторовича – Власова для проектировочной оценки прочности тонкостенных конструкций

Рассматриваются принципиальные вопросы применения метода Канторовича – Власова для начальной проектировочной оценки прочности тонкостенных крыльевых и фюзеляжных конструкций в конечно-элементной формулировке. Построен алгоритм многоуровневой оценки напряженно-деформированного состояния, содержащий решение задачи простых моделей с возможностью последующего уточнения решения. Рассмотрены числовые примеры расчета композитных конструкций, в которых проведено сравнение результатов с методом конечных элементов и аналитическим методом.

**П.А. ШАТАЕВ,
А.С. КРЕТОВ,**
д-р техн. наук
(МАИ, Москва)
kretov-ac@mail.ru

Прочность, проектировочная оценка, многоуровневая постановка, числовые примеры, верификация результатов

Для оценки напряженно-деформированного состояния конструкции летательного аппарата используются основные уравнения теории упругости. Однако даже для сравнительно простых конструкций получить точное решение практически невозможно, в связи с чем используются различные приближенные методы решения задач.

Приближенные методы условно делятся на три группы: континуальные, дискретные и дискретно-континуальные [1]. В первом случае неизвестные аппроксимируются гладкими функциями координат. В дискретной постановке задач, в которых в качестве неизвестных используются перемещения, непрерывные искомые перемещения заменяются приближенными значениями. В промежуточной дискретно-континуальной категории дискретное описание искомых функций по одной координате совмещается с непрерывным решением по другой. Если до использования компьютерных технологий дискретно-континуальная модель рассматривалась как способ получения аналитического решения [1, 2], то с появлением вычислительной техники появилась возможность расчета с помощью этой модели более сложных конструкций на основе численных методов. Однако так называемое «непрерывное решение» по одной из координат при численной реализации фактически становится тоже дискретным [3], хотя традиционно такую модель по-прежнему называют дискретно-континуальной.

Наиболее известные приближенные методы, решаемые в вариационной постановке задачи, – метод Ритца, Бубнова – Галеркина, Канторовича – Власова.

В методе Ритца задаются приближенные распределения перемещений внутри всей исследуемой конструкции. Входящие в аппроксимирующие постоянные функции подбираются из условия минимума полной энергии системы. В методе Бубнова – Галеркина аппроксимирующая функция также записывается для всей области. При внесении аппроксимирующей функции в разрешающее дифференциальное уравнение появляется функция невязки, физическая суть которой в неуровновешенной нагрузке. Известные параметры находятся из условия равенства нулю работы невязки на возможных перемещениях. В результате интегрирование дифференциального уравнения сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. В исходном варианте метода Канторовича – Власова рассматривается двумерная задача изгиба пластин, которая сводится к решению двумерных задач в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений от одной переменной. Этот метод считается более точным по сравнению с методами Ритца, Бубнова – Галеркина, так как по искомому направлению решения задачи можно задавать любые граничные условия.

С переходом на компьютерные технологии расчет различных состояний, включая и напряженно-деформированное, проводится главным образом методом конечных элементов. Несмотря на то что окончательная оценка прочности в авиационно-космической области по-прежнему осуществляется с помощью эксперимента, метод конечных элементов позволяет дополнить и существенно сократить дорогостоящие экспериментальные исследования подробным численным моделированием проектируемой конструкции, значительно расширить рамки исследования поведения исследуемого объекта при различных условиях

эксплуатации, в том числе и трудно воспроизводимых в лабораторных условиях (высокий нагрев, динамическое нагружение, нелинейное поведение и др.).

Именно с расчета напряженно-деформированного состояния началось практическое внедрение метода конечных элементов, поскольку этот численный метод можно рассматривать как обобщение матричного метода перемещений для стержневых систем. Также в методе Ритца, который был использован для расчета прочности, уже была заложена общая концепция метода конечных элементов, только при этом характер изменения перемещений задается не в целом по всему телу, а в пределах каждого конечного элемента.

В различных частных задачах, особенно проектного характера, могут быть востребованы более экономичные по сравнению с классическим методом конечных элементов алгоритмы расчета. Это связано с тем, что начальные этапы проектирования отличаются высокой степенью неопределенности и многовариантности для того, чтобы найти наиболее рациональную силовую схему конструкции. Учет на ранней стадии проектирования нагрева [4], физической нелинейности [5], применение композиционных материалов [6] существенно усложняют задачу оценки напряженно-деформированного состояния, так как количество необходимых для анализа параметров возрастает. При этом значительная часть этих параметров может быть найдена исключительно экспериментально, как правило в интегральном виде, с большой трудоемкостью и большим разбросом результатов испытаний.

Экономичность с точки зрения затрат времени непосредственно на вычисление напряженно-деформированного состояния в настоящее время уже менее актуальна из-за значительного увеличения быстродействия современных компьютеров. Экономичность в данном случае нужно рассматривать с позиции как времени подготовки исходных данных, так и наличия всех необходимых исходных данных. Такая проблема возникает на начальных этапах проектирования из-за дефицита исходной информации. В связи с этим в работе применяется один из вариантов экономичного алгоритма расчета напряженно-деформированного состояния, построенный на основе метода Канторовича – Власова в конечно-элементной формулировке. Используемые для этого суперэлементы (называемые параметрическими), на которые разбивается конструкция, позволяют варьировать размерность системы разрешающих уравнений в зависимости от располагаемого объема исходных данных, начиная с самого простого варианта, – «балочного». При этом проектировочная модель может быть реализована как в чисто дискретном варианте (конечно-элементный подход), так и в дискретно-континуальном с последующим численным интегрированием (например, с использованием аппарата интегрирующих матриц [7]).

Как было сказано, данная постановка задачи особенно актуальна для композитных конструкций.

Концепция многоуровневости предполагает, что в процессе проектирования можно рационально увеличивать разрешающую способность расчетного аппарата оценки исследуемого состояния, в частности, напряженно-деформированного состояния. Идея многоуровневости использовалась во многих работах, в том числе с самого начала практического применения метода конечных элементов. Условно можно выделить три направления многоуровневого подхода с точки зрения расширения возможностей метода конечных элементов для использования на различных этапах расчетной практики. Первое направление заключается в возможности варьирования густотой сетки конечных элементов. Второе направление предполагает применение различной степени аппроксимации поля перемещений. Третье направление заключается в использовании (наложении) дополнительных проектировочных гипотез и допущений на конструкцию на начальных стадиях и последующем их ослаблении по мере формирования конструкции и накопления исходных данных. Такая идеализация дает возможность за счет упрощения характера работы конструкции обеспечить расчет с ограниченным объемом располагаемых исходных данных.

Для построения экономичного алгоритма используем метод Канторовича – Власова, записанный в конечно-элементной формулировке. В работе [8] был опубликован метод приближенного решения задачи о минимуме двойного интеграла, позволяющий свести двумерную задачу к одномерной. Этот метод был применен к решению задачи об изгибе пластин [9]. При этом прогибы записывались в виде суммы произведений функций, одна из которых считалась известной и определялась уравнением изогнутой оси в поперечном сечении, а функция другого направления находилась из решения дифференциального уравнения. При этом использовалось вариационное уравнение Лагранжа.

В представленной работе рассматривается расчет напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций типа крыла, оперения, корпуса летательного аппарата, в которых размер по одной координате z значительно больше других. Конструкция считается закрепленной в плоскости xy . Для перехода от реальной конструкции к расчетной модели проводится $c + 1$ сечений параллельно плоскости xy , в результате чего конструкция длиной l состоит из c последовательно соединенных отсеков (суперэлементов): $l = \sum_{e=1}^c l_e$. Для проектировочных расчетов тонкостенных авиаконструкций, как правило, ограничиваются использованием расчетных моделей силовых элементов двух типов. К одномерным относятся ребра, испытывающие растяжение-сжатие (стрингеры, полки лонжеронов, нервюр и шпангоутов). Двумерные элементы – это панели (стенки лонжеронов, нервюр, шпангоутов, панели обшивки), которые могут рассматриваться или в плосконапряженном состоянии, или в упрощенном – работающими на сдвиг, с соответствующей коррекцией площадей продольных ребер.

На рис. 1 представлена схема построения расчетной модели метода параметрических суперэлементов: исходная конструкция, состоящая из n продольных ребер и m панелей, и разбивка на суперэлементы, выделенный суперэлемент и варианты силовых схем суперэлемента (1 – вариант «балка»; 2 – гипотеза неизменяемости формы контура поперечных сечений + деформации; 3 – деформация контура сечения + деформации).

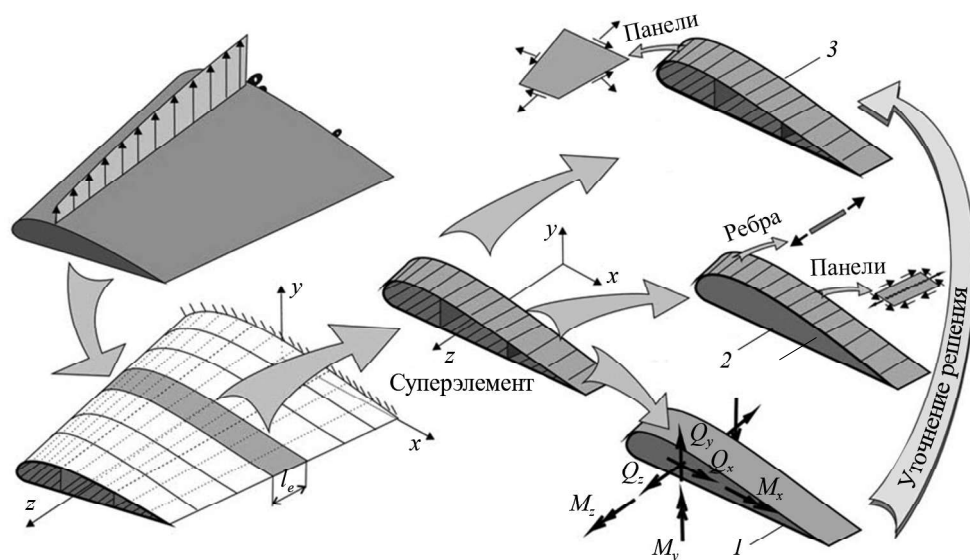


Рис. 1

Совместная работа силовых элементов в каждом отсеке выполняется в соответствии с используемыми гипотезами и допущениями. С учетом интегрального подхода такой отсек является суперэлементом с набором ряда обобщенных перемещений. Далее этот метод будем называть методом параметрических суперэлементов.

Силовые элементы, образующие суперэлемент по функциональному назначению, условно делятся на три группы: продольные ребра (LR), панели (P) и поперечные элементы (CR). Работа действующих внешних сил переходит в потенциальную энергию деформации этих элементов:

$$A \Rightarrow U = U_{LR} + U_P + U_{CR}, \quad (1)$$

где U_{LR} , U_P , U_{CR} – потенциальная энергия деформации продольных ребер, панелей и поперечных элементов. Вариация этих величин в выражении (1) на возможных перемещениях приводит к формулировке вариационного принципа Лагранжа

$$\delta A = \delta U_{LR} + \delta U_P + \delta U_{CR}, \quad (2)$$

при этом поперечные элементы при необходимости могут быть описаны также комбинацией одномерных и двумерных элементов.

Двухмерные элементы (панели), в том числе и композиционные, находящиеся в плоском напряженно-деформированном состоянии, считаются конструктивно ортотропными, для них выполняются следующие зависимости:

$$\varepsilon_z = \sigma_z / E_z - \mu_{zs} / \sigma_s E_s + \varepsilon_{0z}; \quad \varepsilon_s = \sigma_s / E_s - \mu_{sz} / E_z + \varepsilon_{0s}; \quad \gamma_{zs} = \tau_{zs} / G_{zs} + \gamma_{0zs}, \quad (3)$$

где s – координата, отсчитываемая по контуру поперечного сечения; $E_z, E_s, G_{zs}, \mu_{zs}, \mu_{sz}, \varepsilon_{0z}, \varepsilon_{0s}$ – приведенные модули упругости, коэффициенты Пуассона и начальные деформации, в число которых могут входить начальные деформации (температурные, ползучести, пластичности и др.). В случае применения допущения о работе панелей только на сдвиг из выражений (3) остается только $\gamma_{zs} = \tau_{zs} / G_{zs} + \gamma_{0zs}$, что существенно упрощает задачу.

Искомые перемещения $\mathbf{u}(x, y, z)$ согласно методу Канторовича – Власова выразим через неизвестные функции $f(z)$, являющиеся обобщенными перемещениями, физический смысл которых в задаваемых аппроксимирующих функциях $\mathbf{r}(x, y)$:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{r}(x, y) f(z). \quad (4)$$

Далее уже в конечно-элементной постановке обобщенные перемещения записываются через функции формы α по продольной координате z и через узловые значения обобщенных перемещений F :

$$f(z) = \alpha(z) F. \quad (5)$$

При использовании выражения (4) важно правильно выстроить аппроксимацию, связав ее с используемыми гипотезами. Для этого множество $\mathbf{u}(x, y, z)$ разделим на два подмножества, первое из которых связано с перемещениями в плоскости сечения, второе – с перемещениями из плоскости.

Рассмотрим наиболее широко используемые проектировочные гипотезы, определяющие эти два подмножества. Одной из самых распространенных гипотез по оценке напряженно-деформированного состояния является гипотеза неизменяемости формы контура поперечных сечений. Эта гипотеза накладывает связи на перемещения в сечении. Вектор обобщенных перемещений, сформированный с использованием этой гипотезы, содержит в каждом сечении три параметра $\{f_1, f_2, f_3\}$ (f_1, f_2 определяют смещение сечения по координатам x и y , f_3 – поворот сечения относительно оси z). Применение этой гипотезы в сечениях, параллельных плоскостям поперечных силовых элементов, позволяет значительно снизить объем необходимой для расчета информации: третье слагаемое в выражениях (1), (2) обнуляется. Для конструкций из композиционных материалов, имеющих повышенную жесткость, применение этой гипотезы становится еще более обоснованным. Геометрическая интерпретация аппроксимирующих функций, обеспечивающих эту гипотезу ($\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$), показана на рис. 2, а.

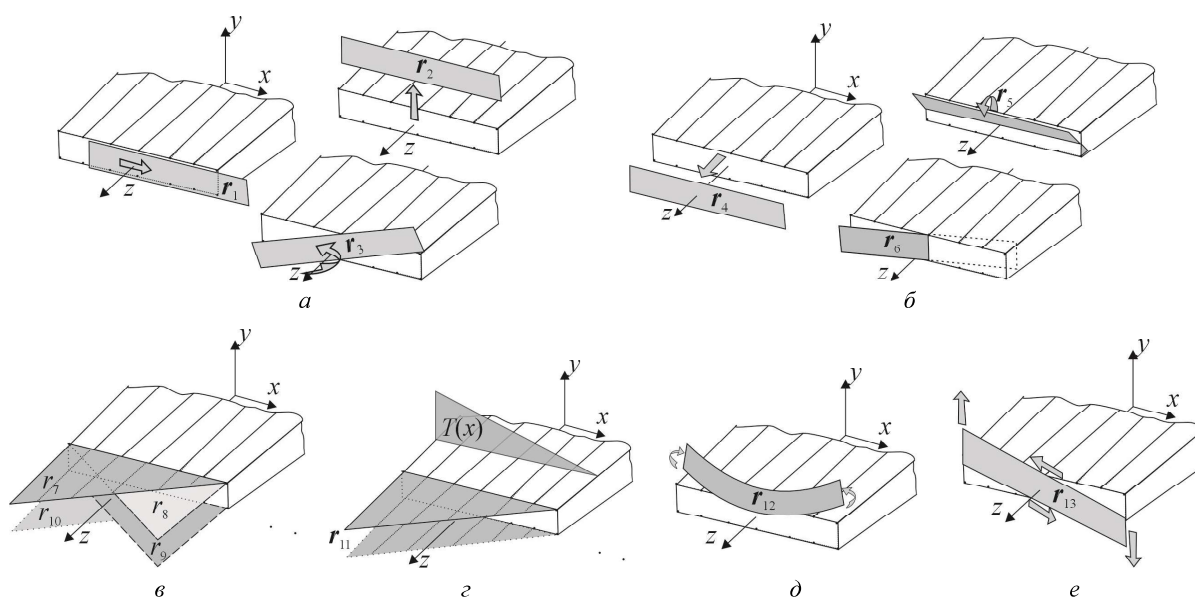


Рис. 2

Второе подмножество определяет характер перемещений из плоскости расчетного сечения. В случае предположения об отсутствии депланаций рассматривается плоскостное распределение перемещений (точнее, деформаций – для случая с начальными деформациями) из расчетной плоскости (гипотеза плоских сечений). В этом случае вектор обобщенных перемещений будет задаваться тремя параметрами $\{f_4, f_5, f_6\}$, где f_4 – смещение всех точек сечения в направлении оси z ; f_5, f_6 – повороты сечения относительно осей x, y . Аппроксимирующие функции, соответствующие этой гипотезе, на рис. 2, б обозначены как r_4, r_5, r_6 .

Аппроксимирующая матрица в варианте этих двух гипотез (гипотезы неизменяемости формы контура поперечных сечений и гипотезы плоских сечений) будет иметь вид

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_n & y_n \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Приближенный вариант учета выхода продольных элементов из плоскости может быть реализован с помощью предположения о линейной депланации, для этого к матрице (6) добавится еще один столбец $\{0 \ 0 \ x_1 y_1 \ 0 \ 0 \ x_2 y_2 \ \dots \ x_n y_n\}^T$.

Расчет со всеми формами депланаций поперечного сечения позволяет учесть влияние различного рода конструктивных и силовых нерегулярностей, эффекты стеснения, которые характерны для реальных конструкций (рис. 3).

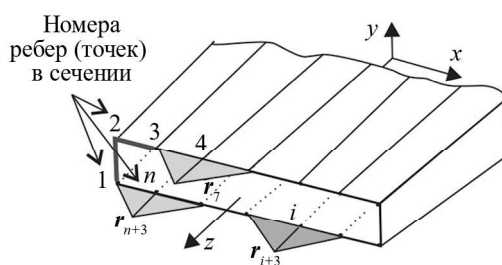


Рис. 3

Матрица r , построенная с использованием гипотезы неизменяемости формы контура поперечных сечений с учетом всех форм депланаций для ребер 4- n , будет иметь следующий вид:

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_4 & 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & 1 & x_4 & 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots 0 \\ 1 & 0 & -y_5 & 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & 1 & x_5 & 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

При таком представлении матрицы предполагается, что первые три продольных ребра 1–3 описывают работу в рамках балочной модели, а депланации происходят по всем остальным продольным реб-

рам. При этом ребра 1–3 в сечении не должны находиться на одной линии (см. рис. 3). В противном случае матрица жесткости будет вырождаться.

При большом числе силовых элементов эффективным способом учета деформаций является применение линейно-локальных аппроксимирующих форм. На рис. 2, в показан вариант задания четырех линейно-локальных функций ($r_7 - r_{10}$) для сечения крыла кессонной конструкции. Такая аппроксимация перемещений из плоскости поперечного сечения позволяет учесть, например, свободные деформации при кручении.

Для учета воздействия температурных полей соответствующие аппроксимирующие функции должны отражать примерную картину свободного температурного расширения. На рис. 2, г показан пример задания функции r_{11} для случая нагрева передней кромки кессона.

Для проектируемых конструкций в ряде случаев на напряженно-деформированное состояние может существенно влиять деформация контура. Если рассматривать крыльевые конструкции малой относительной толщины, то наиболее вероятный вид деформации контура – изгиб контура сечения. Для приближенной оценки изгиба можно добавить еще одно обобщенное перемещение, а матрицу r после третьего столбца следует расширить еще на один столбец, в который войдут значения координат в квадрате – x_i^2 :

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & x_1 & x_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & x_2 & x_2^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Картина изгибной деформации (функция r_{12}), записанная в виде матрицы (8), для расчетного сечения на примере кессона показана на рис. 2, д. Учет сдвиговой деформации формы сечения выполняется с помощью функции r_{13} (рис. 2, е).

В результате построения аппроксимирующих функций и использования такой параметризации можно получить связь между реальными (хотя и приближенными) перемещениями и обобщенными, которые важны при начальной разработке, так как связаны с основными интегральными показателями жесткости конструкции (прогибы, углы закручивания, деформации, деформации контура сечения).

Исторически первой расчетной моделью при проектировании тонкостенных конструкций летательного аппарата была балочная модель, позволяющая достаточно наглядно и быстро проводить начальную оценку напряженно-деформированного состояния конструкции, в том числе и нагретой. Эта модель остается востребованной и в настоящее время, поскольку позволяет определить главную составляющую напряженно-деформированного состояния удлиненных тонкостенных конструкций. При создании проекта всегда используются такие понятия, как изгибающий и крутящий моменты, сдвигающая сила, прогиб, угол закручивания, т. е. параметры, фигурирующие в балочной модели. Эту простейшую модель удобно использовать при анализе чувствительности взлетной массы к проектным изменениям, в частности, при концептуальном проектном анализе эффективности от замены на самолетах металлических крыльев на композитные [10].

Для расчета тонких крыльев широко используется расчетная схема, основанная на теории тонких пластин малого прогиба [11]. Построение матрицы r для таких конструкций должно выполняться на основе гипотез пластинной аналогии. Подробные исследования по привязке гипотез к расчетным схемам на основе метода конечных элементов, названных гибридными, были проведены в работе [12].

Для существенного упрощения работы, особенно с конструкциями из композиционных материалов, используется допущение о работе панелей только на сдвиг в комбинации с рассмотренной гипотезой

неизменяемости формы контура поперечных сечений. В этом случае для учета работы панелей на продольные нормальные напряжения вводятся дополнительные (условные) продольные ребра. Наиболее слабым местом в подобной упрощенной модели является учет скошенности и конусности конструкции. Продемонстрируем особенности крыла стреловидной формы в плане, учитываемые при проектировочной оценке напряженно-деформированного состояния: с нервюрами по потоку (рис. 4, а) и с нервюрами перпендикулярно лонжеронам (рис. 4, б). На рис. 4, в приведены зоны работы крыла (1 – зона свободного изгиба и кручения (без стеснения деформаций); 2 – зона со стесненным изгибом и кручением), на рис. 4, г – предпочтительная схема расположения расчетных сечений. Рис. 4, д иллюстрирует применение дополнительного жесткого отсека (суперэлемента) в стреловидных конструкциях, позволяющего учесть реальное перераспределение усилий в корневой части.

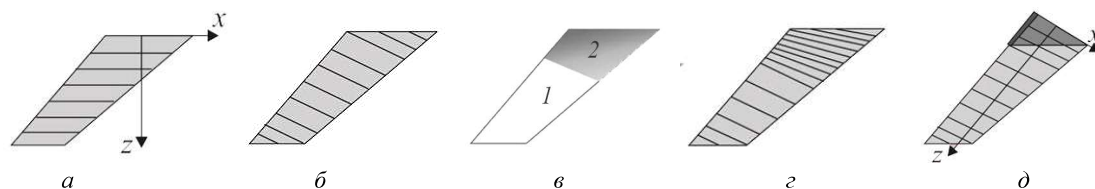


Рис. 4

В случае малой конусности ее влияние можно приближенно учесть, добавляя соответствующие составляющие с продольных ребер на плоскость сечения [2].

В случае значительной конусности для трапецевидной панели, при предположении ее работы только на сдвиг, расчетные соотношения можно получить по условиям ее уравнивания, что демонстрирует рис. 5, где используются осредненные значения погонных касательных усилий в продольном направлении $\bar{q}$.

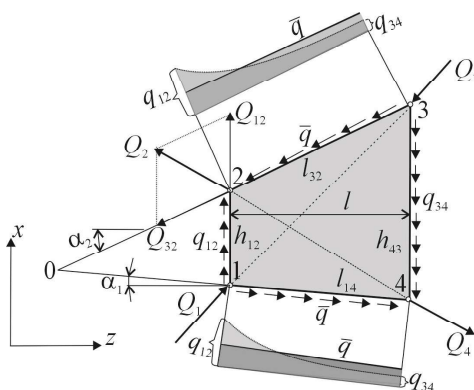


Рис. 5

Приведем некоторые числовые примеры с конструкциями, в которых используются композиционные материалы.

Пример № 1. Выполнен расчет трехстрингерной панели, взятой из работы [13]. Панель нагружена на свободном торце силами $P = 20$ кН, приложенными к стрингерам 1 и 3 (рис. 6, а). Обшивка с углами укладки волокон 90° и $\pm 45^\circ$ (каждый слой с суммарной толщиной 1 мм) находится в плоском напряженном состоянии: $E_1 = 120$ ГПа, $E_2 = 9$ ГПа, $G_{12} = 6,5$ ГПа, $\mu_{21} = 0,28$). Стрингеры работают на растяжение-сжатие, площадь каждого стрингера – $7,5 \text{ см}^2$, модуль упругости $E = 90$ ГПа.

На рис. 6, а приведена схема трехстрингерной панели, на рис. 6, б – распределение нормальных напряжений в стрингерах 1, 2 и сравнение с результатами, полученными по конечно-элементной программе NASTRAN. Максимальная разница в результатах составила 1,64 %.

В работе [14] этот пример рассчитывался при использовании допущения о работе обшивки на сдвиг, а учет ее работы на нормальные напряжения обеспечивался введением дополнительных ребер, расположенных посередине панелей. Таким образом, фактический расчет проводился на условной пятистрингерной конструкции. Полученные результаты практически совпали с конечно-элементными, приведенными на рис. 6, б, а также с аналитическими результатами из работы [13].

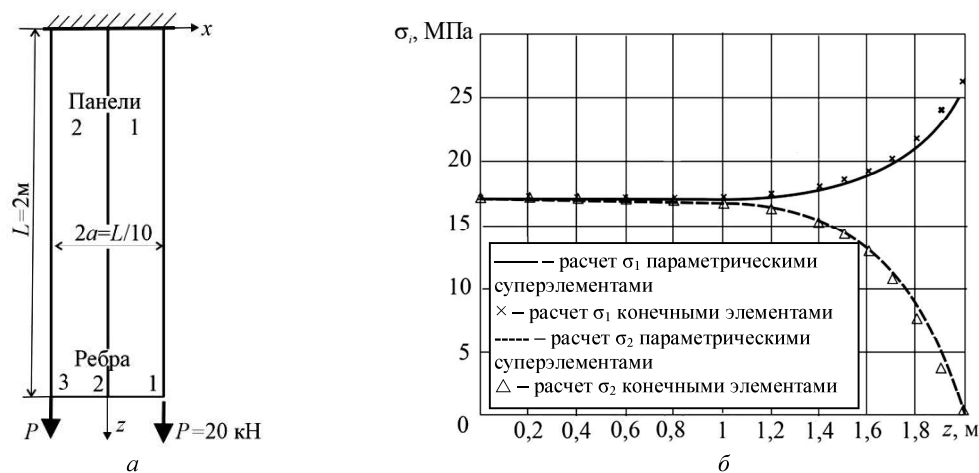


Рис. 6

Пример № 2. Конструкция, нагруженная на конце вертикальной силой, состоит из четырнадцати стержней из алюминиевого сплава (площадь каждого стержня – 8 см^2 , модуль упругости – 72 ГПа), соединенных вертикальными композитными стенками 7, 14, 15, 16 (рис. 7). Композитные стенки содержат слои с углами укладки $\pm 45^\circ$ с суммарной толщиной каждого слоя 1 мм . Двенадцать композитных панелей обшивки четырехслойные ($0, \pm 45, 90^\circ$ с толщиной каждого слоя $0,5 \text{ мм}$). Исходный композиционный материал имеет следующие характеристики: $E_1 = 140 \text{ ГПа}$, $E_2 = 11 \text{ ГПа}$, $G_{12} = 6,5 \text{ ГПа}$, $\mu_{21} = 0,27$.

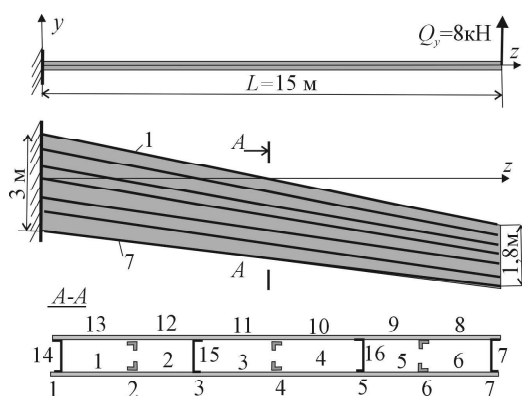


Рис. 7

Приведем результаты расчетов напряжений в ребрах 1, 7 (рис. 8), а также прогибы конструкции Δu по размаху (рис. 9), полученные по методу параметрических суперэлементов. На рис. 8, 9 также приводятся результаты метода конечных элементов (NASTRAN). Несмотря на сложность геометрии, результаты применения метода параметрических суперэлементов (использовалась гипотеза неизменяемости формы контура поперечных сечений) и метода конечных элементов согласуются удовлетворительно.

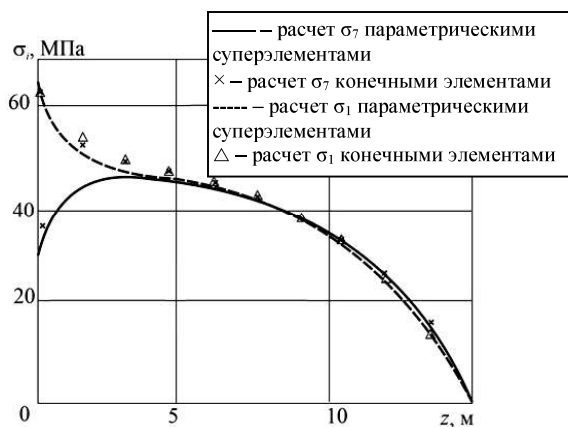


Рис. 8

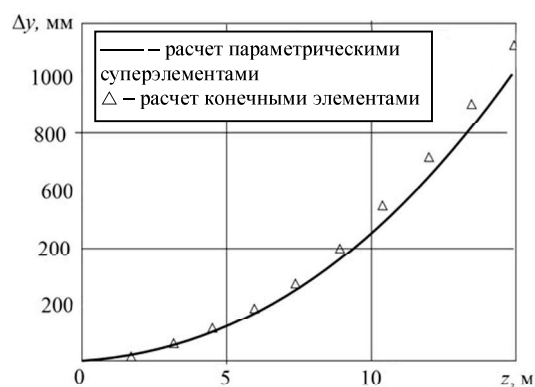


Рис. 9

Таким образом, в работе показано, что многие известные расчетные модели, используемые на начальных этапах проектирования, могут быть получены на основе метода Канторовича – Власова.

Рассмотренный проектировочный подход оценки напряженно-деформированного состояния, построенный в конечно-элементной формулировке, позволяет получить решения на различных уровнях с учетом необходимых исходных данных.

В таблице представлены возможные варианты приближенного решения задачи.

Уровень	Обобщенные перемещения	
	в сечении	из плоскости сечения
1	Жесткий контур сечения: f_1 – перемещение сечения по оси x ; f_2 – перемещение по оси y ; f_3 – поворот сечения относительно оси z	Балочное решение: f_4 – перемещение сечения вдоль оси z ; f_5 – поворот относительно оси x ; f_6 – поворот относительно оси y
2	Жесткий контур сечения	Учет деформации контура сечения f_i ($3 < i \leq n$)
3	Учет деформации контура сечения f_i ($3 + n < i \leq n + m$)	Учет деформации сечения

Возможный последовательный переход от многоуровневого метода параметрических суперэлементов на классический метод конечных элементов и CAD/CAM-системы показан на рис. 10, на котором обозначены четыре уровня используемых расчетных моделей: 1 – балочная модель; 2 – жесткий контур сечения с учетом деформаций; 3 – учет деформации контура и деформаций сечений; 4 – классический метод конечных элементов в CAD/CAM-системах.

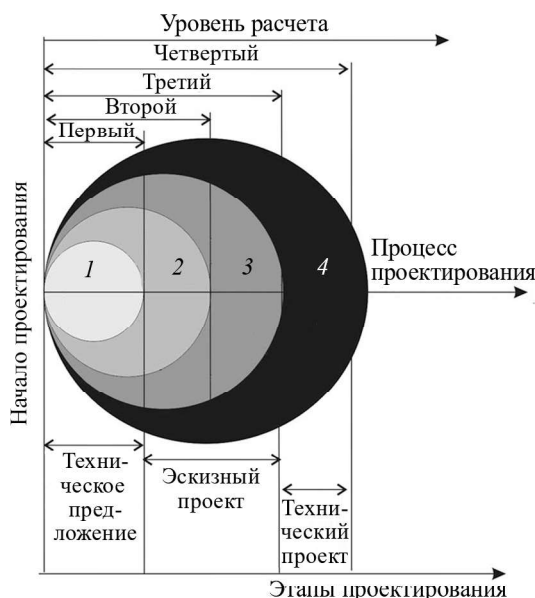


Рис. 10

Рассмотренный метод параметрических суперэлементов удобно использовать для решения задач междисциплинарного проектирования, в которых обычно применяются более простые расчетные модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Образцов И.Ф., Онанов Г.Г. Строительная механика скошенных тонкостенных систем. М.: Машиностроение, 1973. 659 с.
2. Одинокоев Ю.Г. Расчет самолета на прочность. М.: Машиностроение, 1973. 392 с.
3. Шатаев В.Г., Кретов А.С. К расчету за пределами пропорциональности слабokonического крыла малого удлинения // Изв. вузов. Авиационная техника. 1976. № 4. С. 106–111.
4. Кретов А.С., Шатаев П.А. Структурная оптимизация силовых конструкций с учетом нагрева // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 4. С. 27–35.

5. Ван Ч., Кретов А.С., Шатаев П.А. Псевдоупругость и ее использование для проектирования нагретых тонкостенных конструкций // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 1. С. 7–14.
6. Кретов А.С., Шатаев П.А. К оценке массы фюзеляжа самолета при переходе на композиционные материалы // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 3. С. 17–26.
7. Вахитов М.Б. Интегрирующие матрицы – аппарат численного решения дифференциальных уравнений строительной механики // Изв. вузов. Авиационная техника. 1966. № 3. С. 50–61.
8. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
9. Власов В.З. Избранные труды. М.: Изд-во АН СССР, 1962. Т. 1. Общая теория оболочек. 528 с.
10. Кретов А.С., Тияжов Д.В., Шатаев П.А. Концептуальная оценка топливной эффективности пассажирских самолетов с переходом на композитные крылья // Научный вестник МГТУ ГА. 2023. № 2. С. 72–90.
11. Вахитов М.Б. Функции влияния для монолитного крыла // Тр. КАИ. 1958. Вып. 43. С. 3–16.
12. Левашов П.Д. К выбору оценки применимости гипотез в гибридных расчетных схемах // Изв. вузов. Авиационная техника. 1981. № 2. С. 82–85.
13. Дудченко А.А. Прочность и проектирование элементов авиационных конструкций из композиционного материала. М.: МАИ, 2007. 200 с.
14. Shataev P.A. The Calculation of Composite Constructions in the Designing Setting // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. 2013. № 2. С. 66–77.

Поступила в редакцию 11.09.23

После доработки 5.10.23

Принята к публикации 10.10.23

The Kantorovich–Vlasov Method for Design Estimation of the Strength of Thin-Walled Structures

P.A. SHATAEV AND A.S. KRETOV

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

The paper discusses the fundamental issues of applying the Kantorovich–Vlasov method for the initial design estimation of the strength of thin-walled wing and fuselage structures in a finite element formulation. The approach used allows us to build a multilevel stress-strain state estimation algorithm, starting with the simplest models, including a beam model, and to refine the solution. Numerical examples of calculation of composite structures are considered, in which the results are compared with the finite element and the analytical methods.

Strength, design estimation, multilevel formulation, numerical examples, result verification