

Определение границ применимости стандартной модели турбулентности SST для моделирования течений в каналах малых газотурбинных двигателей при низких местных числах Рейнольдса

Л.О. ВОКИН,
канд. техн. наук,
М.Е. РЕНЕВ,
И.А. ВОЛОБУЕВ
(Севастопольский
государственный
университет,
Севастополь; БГТУ
«ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург)
leonidvokin@mail.ru

Проведено исследование течения разреженной жидкости в канале при относительно низком числе Рейнольдса и верификация расчета гидравлических потерь в нем. Исследование проводилось с помощью численной модели, верифицированной эмпирической моделью. Объект исследования – течение в канале с известным местным гидравлическим сопротивлением. При постановке задачи рассматривались различные граничные условия, соответствующие разным высотам в атмосфере. На основе результатов исследования описана адекватная численная модель.

Гидравлическое сопротивление, верификация, численное моделирование, разреженный поток, стратосферный двигатель

Число Рейнольдса $Re = \frac{\rho Du}{\eta}$ (ρ – плотность, кг/м³; D – характерный размер, например диаметр

трубы, м; u – скорость, м/с; η – кинематическая вязкость, Па·с) характеризует в безразмерной форме отношение сил инерции к силам вязкого трения. При больших числах Рейнольдса ($Re > 10^7$) силы инерции преобладают, течение обычно полностью турбулентное, а вязкие пограничные слои тонкие. При малых числах Рейнольдса ($Re < 10^4$), наоборот, преобладают силы вязкого трения, и пограничные слои толстые. Это приводит к перестройке вторичных течений, что главным образом влияет на потери полного давления в канале, кроме уменьшения живого сечения канала.

В последнее время активно развивается направление микротурбинных двигателей, для которых характерны течения при низких числах Рейнольдса в связи с малой величиной характерных линейных размеров [1]. Предельным случаем малоразмерности являются микротурбинные двигатели, изготавливаемые при помощи технологий микроэлектромеханических систем [2]. Аналогичный эффект разбухания пограничных слоев наблюдается при работе микротурбинных двигателей на больших высотах из-за снижения плотности воздуха [3]. В работе [4] указано, что главным образом число Рейнольдса влияет на местное сопротивление при значениях $Re < 10^5$, и именно такой режим течения реализуется в разреженном потоке. Также сделан вывод о том, что коэффициенты гидравлических сопротивлений не зависят от среды, протекающей через проточную часть, а определяются геометрией элемента проточной части и режимом течения. Проблемными являются каналы воздухозаборников [5], диффузоры центробежных компрессоров и сопловые аппараты турбин [6, 7]. Из-за низкой экономичности микротурбинных двигателей необходимо применение теплообменников, в том числе и для авиационного применения. Число Рейнольдса напрямую влияет на гидравлические сопротивления в каналах теплообменников [8–10].

Расчеты характеристик указанных устройств обычно проводятся для стандартных атмосферных условий, но при переносе в условия стратосферы могут возникнуть погрешности до 30 %. Для получения более точных результатов необходимо использовать модели ламинарно-турбулентного перехода (γ - θ) или вихреразрешающие методы [11, 12]. При использовании моделей ламинарно-турбулентного перехода требуется эмпирическое определение границ применимости и наличие табулированных параметров модели для нужного класса задач, в свою очередь, вихреразрешающие методы довольно ресурсоемкие. В связи с этим актуально определение границы применимости по числу Рейнольдса стандартной SST-модели турбулентности [13], которая фактически принята в качестве стандарта для расчетов характеристик микротурбинных двигателей.

Граница применимости модели турбулентности SST устанавливается решением модельной задачи для канала (рис. 1), эмпирические данные для которого отличаются высокой степенью достоверности.

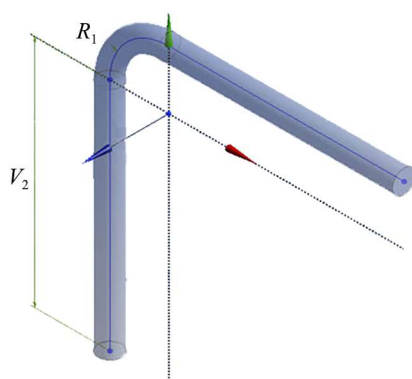


Рис. 1

Диаметр трубы, равный 20 мм, выбран из условия соизмеримости с высотой входного сечения в статоре компрессора двигателя JetCat P550.

Геометрия канала с Г-образным поворотом на 90°. Радиус поворота – 50 мм. Перед поворотом и за ним – успокоительные прямые участки длиной по 10 калибров. Рабочее тело – воздух с постоянной теплоемкостью. В качестве граничных условий заданы полное давление на входе и статическое давление на выходе, стенка гидравлически гладкая с прилипанием, адиабатическая.

Проведено исследование сеточной сходимости.

Приведем начальные параметры сетки. Максимальная величина ячейки – 1 мм. Параметры сгущения около стенки: отношение толщин – 1,5, при этом достигается величина $y_+ < 0,25$, что удовлетворяет требованиям использования модели турбулентности SST [13]. Варьировалась толщина первого слоя t и число слоев сгущения при сохранении суммарной толщины слоев сгущения, равной примерно 0,775 мм.

На рис. 2 приведена зависимость числа Рейнольдса от t . По результатам исследования сходимости выбрана толщина первого слоя $t = 5 \cdot 10^{-4}$ мм. Соответствующее число слоев сгущения – 17.

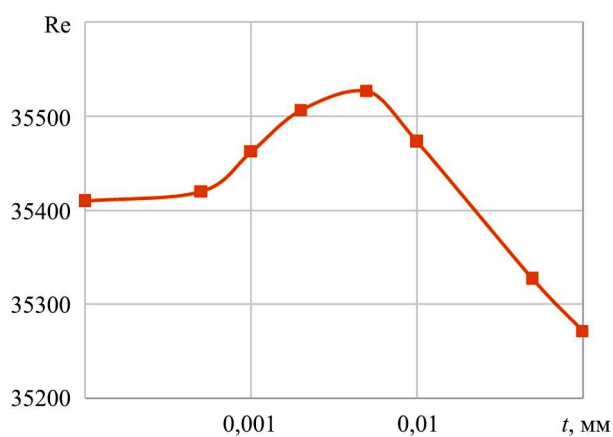


Рис. 2

Граничные условия – полное давление и температура на входе и статическое давление на выходе. Стенка гладкая, адиабатическая, с прилипанием. Статическое давление на выходе задано как функция полного давления на входе ($p_{\text{стат}} = 0,769 p_{\text{полн}}$) с целью обеспечения постоянного докритического перепада давления на канал. Сами величины входных давления, температуры и динамической вязкости взяты из ГОСТ 4401-81 [14].

В табл. 1 приведены граничные условия различных расчетных точек.

Таблица 1

Высота, км	Полное давление, кПа	Полная температура, К	Плотность, кг/м ³	Динамическая вязкость, Па·с
0	101	288	1,225	$1,79 \cdot 10^{-5}$
2	80	275,2	1,007	$1,66 \cdot 10^{-5}$
4	61,6	262,2	0,819	$1,66 \cdot 10^{-5}$
7	41	242,7	0,590	$1,56 \cdot 10^{-5}$
12	20	216,7	0,312	$1,42 \cdot 10^{-5}$
16	10	216,7	0,167	$1,42 \cdot 10^{-5}$
20	5,5	216,7	0,089	$1,42 \cdot 10^{-5}$

Результаты численных расчетов сравнивались с эмпирическими данными [4]. Для автомодельной области ($Re > 10^4$) используется следующая формула для определения коэффициента сопротивления:

$$\zeta = k_{\Delta} k_{Re} \zeta_m + 0,0175 \delta \lambda R_0 / D_0, \quad (1)$$

где δ – угол поворота (в исследуемом случае 90°); R_0 – радиус поворота (50 мм); D_0 – диаметр трубы (20 мм); λ – коэффициент сопротивления трения единицы относительной длины участка. Параметры k_{Δ} , k_{Re} определяются по таблицам п. 1, 2 диаграммы 6-2 в работе [4]. Коэффициент местного сопротивления ζ_m определяется по формуле

$$\zeta_m = A_1 B_1 C_1, \quad (2)$$

где $A_1 = 1$ для угла поворота 90° , $B_1 = 0,14$, $C_1 = 1,0$ для круглого сечения трубы. Для области переходных режимов ($3 \cdot 10^3 < Re < 10^4$) используется формула

$$\zeta = \frac{A_2}{Re} + \zeta_m + \zeta_{тр}. \quad (3)$$

Здесь коэффициенты местного сопротивления и трения ζ_m , $\zeta_{тр}$ определяются так же, как и при $Re > 10^5$, A_2 определяется по таблице п. 3 диаграммы 6-2 в работе [4] и равно 600.

В табл. 2 приведены значения коэффициентов, использованные для расчета по эмпирическим формулам (1) – (3).

Таблица 2

Высота, км	Re	k_{Δ}	k_{Re}	ζ_m	$\zeta_{тр}$	λ	A_2	ζ
0	186849	1	1,119	0,157	0,00117	0,017	-	0,158
2	148617	1	1,185	0,166	0,00117	0,017	-	0,167
4	110453	1	1,271	0,178	0,00124	0,018	-	0,179
7	72630	1	1,393	0,195	0,00137	0,02	-	0,196
12	35423	1	1,601	0,224	0,00172	0,025	-	0,226
16	17491	1	1,806	0,253	0,00192	0,028	-	0,255
20	8654	1	2,010	0,281	0,00227	0,033	0,069	0,353

Результаты расчета коэффициента сопротивления в сравнении с экспериментальными данными приведены на рис. 3.

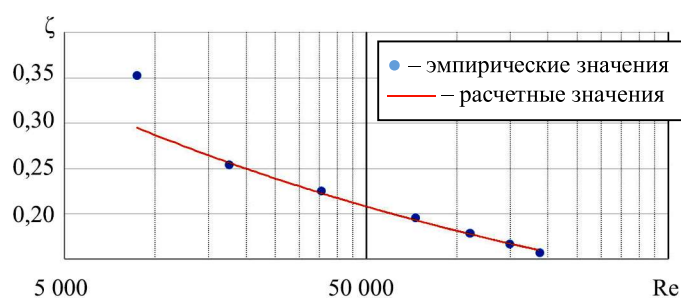


Рис. 3

Как видим (см. рис. 3), расчетная кривая совпадает с экспериментальными данными в диапазоне чисел $Re > 10^4$. Расчетная точка, соответствующая режиму течения с $Re \approx 9000$ (высота 20 км), демонстрирует значение сопротивления, существенно заниженное по сравнению с экспериментальными данными.

На рис. 4 показаны картины течения в сечении по плоскости симметрии, полученные при помощи модели турбулентности SST. Приведены эпюры скорости на режимах течения, соответствующих различным высотам: 0 км (рис. 5, а), 7 км (рис. 5, б), 20 км (рис. 5, в).

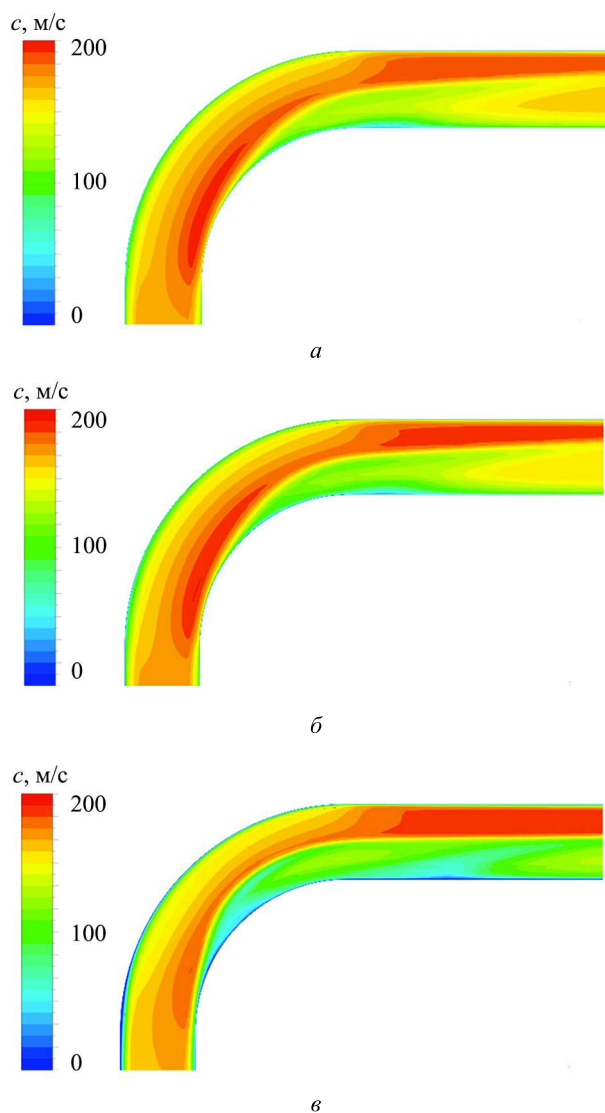


Рис. 4

Как видим (см. рис. 4), в районе изгиба трубы происходит отрыв течения от стенок. Образуется область потока, в которой течение практически невязкое, за исключением тонкого пограничного слоя на стенке (концентрические окружности изолиний около стенки (рис. 5)), остальное поперечное сечение занимают крупные продольные вихри, течение в которых в основном определяется силами инерции.

Проекция векторного поля на контрольную выходную плоскость при различных числах Рейнольдса приведены на рис. 5: а – $Re = 1,8 \cdot 10^5$; б – $Re = 8,6 \cdot 10^3$.

Модель турбулентности SST постулирует развитую изотропную турбулентность, поэтому при уменьшении числа Рейнольдса под воздействием сил инерции происходит дробление вихрей, и площадь поперечного сечения, занимаемая ими, растет медленно. В реальных условиях вследствие проявления силы вязкости вихри не разрушаются, а наоборот, вовлекают во вращательное движение все больший

объем газа, что приводит к более быстрому уменьшению проточного сечения с невязким газом (затемненная область на рис. 5, б). Для моделирования подобных эффектов необходимо использовать вихререзающие методы.

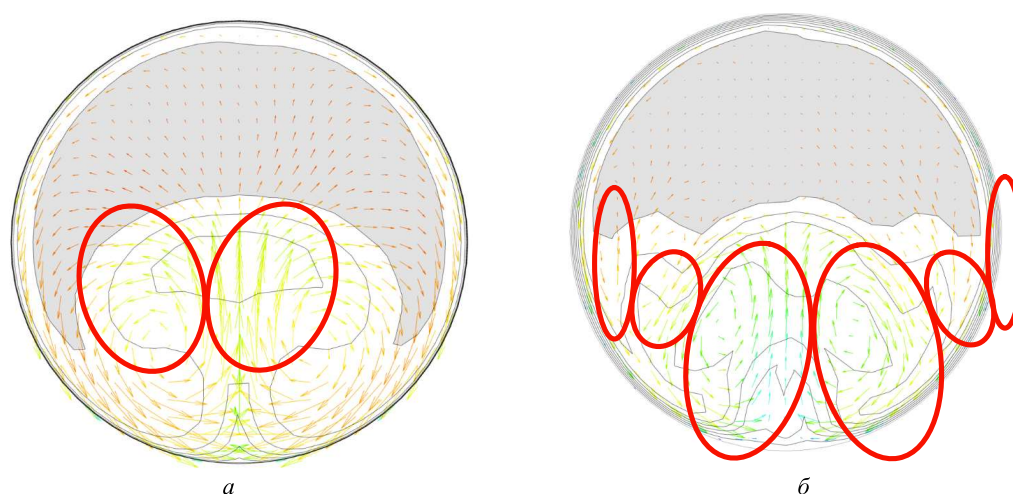


Рис. 5

Согласно выполненным расчетам модель турбулентности SST может использоваться для расчета коэффициента трения в узких проточных каналах, начиная с числа Рейнольдса $Re > 10^4$. При меньших значениях числа Рейнольдса необходимо применять более сложные вихререзающие методы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в ходе реализации проекта «Разработка фундаментальных и прикладных основ перспективных методов увеличения эффективности малоразмерных газотурбинных двигателей беспилотных летательных аппаратов и аэрокосмических транспортных систем, а также наземных энергетических установок», № FZWF-2024-0004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jingqi Li, Yulong Li. Micro Gas Turbine: Developments, Applications, and Key Technologies on Components // *Propulsion and Power Research*. 2023. Vol. 12. Iss. 1. P. 1–43.
2. Omri M., Moreau S., Fréchette LG. 3D Numerical Analysis of Heat Transfer in a Low Reynolds Number Microturbine Cascade // *Proc. of the ASME 2012 10th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels Collocated with the ASME 2012 Heat Transfer Summer Conference and the ASME 2012 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, July 8–12, 2012, Rio Grande, Puerto Rico, USA. P. 267–274.
3. Donovan M.H. et al. Low Reynolds Number Effects on the Endwall Flow Field in a High-Lift Turbine Passage // *Journal of Turbomachinery*. 2023. Vol. 145. Iss. 3. Article № 031006.
4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
5. Гидаснов В.Ю., Мосеев Д.С., Северина Н.С. Одномерная модель для расчета параметров потока в сверхзвуковом воздухозаборнике // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2023. № 3. С. 100–104.
6. Zi-Liang Li et al. Numerical Investigation of Low Reynolds Number Effects on Energy Loss inside Centrifugal Compressor with Different Inlet Conditions // *Aerospace Science and Technology*. 2024. Vol. 146. Article № 108923.
7. Tiainen J. et al. Loss Development Analysis of a Micro-Scale Centrifugal Compressor // *Energy Conversion and Management*. 2018. Vol. 166. P. 297–307.
8. Ермилов Ю.И., Равикович Ю.А., Холобцев Д.П. Методика оптимизации противоточного рекуперативного теплообменника для системы криогенного обеспечения транспортных энергетических установок, основанных на эффекте сверхпроводимости // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2022. № 4. С. 129–138.
9. Ремчуков С.С. и др. Расчетно-экспериментальные исследования модуля пластинчатого теплообменника малоразмерного газотурбинного двигателя с регенерацией тепла // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2023. № 3. С. 105–111.
10. Нестеренко В.Г., Ревант Р.А. Конструктивные особенности и эффективность компактных воздуховоздушных теплообменников, устанавливаемых в системе охлаждения турбин двухконтурного воздушно реактивного двигателя // *Тр. МАИ [Электронный журнал]*. 2018. № 101. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_36300469_25498635.pdf (дата обращения: 1.06.2025).

11. Hergt A. et al. Low Reynolds Number Effects in Compressor Blade Design // International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems [Electronical Journal]. Vol. 15. Iss. 4. URL: https://doi.org/10.38036/jgpp.15.4_v15n4tp082024 (дата обращения: 1.06.2025).
12. Булат П.В., Продан Н.В., Курнухин А.А. О влиянии ламинарно-турбулентного перехода при численном моделировании профиля крыла // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 3. С. 89–98.
13. Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32. № 8. P. 1598–1605.
14. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Изд-во стандартов, 1981. 181 с.

Поступила в редакцию 1.07.25

После доработки 15.07.25

Принята к публикации 20.07.25

Determining the Applicability Limits of the SST Turbulence Model for Modeling Flows in Small Gas Turbine Engine Ducts at Low Local Reynolds Numbers

L.O. VOKIN^{1,2}, M.E. RENEV^{1,2}, AND I.A. VOLOBUEV^{1,2}

¹ Sevastopol State University, Sevastopol

² Baltic State Technical University “Voenmeh”, Saint Petersburg

A study of the flow of rarefied fluid in a channel at a relatively low Reynolds number and verification of the calculation of hydraulic losses in it were carried out. The study was conducted using a numerical model verified by an empirical model. The object of study is a flow in a channel with known local hydraulic resistance. When formulating the problem, various boundary conditions corresponding to different altitudes in the atmosphere were considered. Based on the results of the study, an adequate numerical model is described.

Hydraulic resistance, verification, numerical modeling, rarefied flow, stratospheric engine