

Определение оптимального закона управления вектором тяги космического пенетратора активно-реактивного типа

Е.В. ГУСЕВ,
канд. техн. наук,
В.А. ЗАГОВОРЧЕВ,
канд. техн. наук,
В.В. РОДЧЕНКО,
д-р техн. наук,
Э.Р. САДРЕТДИНОВА,
канд. техн. наук,
Е.А. ШИПНЕВСКАЯ
(МАИ, Москва)
ccg-gus@mail.ru

Рассмотрена задача определения оптимального закона управления вектором тяги пенетратора активно-реактивного типа, предназначенного для проникания и исследования подповерхностного слоя небесных тел. Проведена оптимизация управления вектором тяги пенетратора активно-реактивного типа. Получен закон изменения тяги ракетного двигателя твердого топлива в виде квадратично возрастающей зависимости малой кривизны. Представлен расчет функции изменения массы пенетратора активно-реактивного типа. Сформулированные выводы могут явиться основой для обоснования режима функционирования ракетного двигателя твердого топлива пенетратора активно-реактивного типа для движения в прочных грунтах.

Пенетратор, закон управления, вектор тяги, ракетный двигатель твердого топлива

Для решения целого ряда задач по образованию скважин и доставке полезных грузов в грунтовые массивы высокой прочности (как на Земле, так и на других планетах Солнечной системы) могут быть использованы пенетраторы активно-реактивного типа – автономные аппараты, способные двигаться в грунтах с высокой скоростью и образующие скважину методом уплотнения. Пенетратор активно-реактивного типа размещается в пусковой трубе баллистической установки, откуда посредством метательного механизма осуществляется его направленный выброс. Движение же в грунте осуществляется как за счет кинетической энергии, накопленной при запуске пенетратора активно-реактивного типа из пускового устройства баллистической установки, так и за счет тяги ракетного двигателя, включаемого в момент проникания в грунт [1].

Важной задачей при создании пенетраторов активно-реактивного типа является выбор оптимальной совокупности его проектных параметров, при которой обеспечивается и достижение максимальной глубины проникания пенетратора активно-реактивного типа в грунтовый массив, и снижение нагрузок, действующих как на конструкцию, так и на полезный груз. В работах [2, 3] осуществляется поиск возможных путей увеличения проникающей способности исследовательских модулей-пенетраторов за счет оснащения их импульсными ракетными двигателями с постоянным расходом топлива.

Целью настоящей работы является определение оптимального закона управления вектором тяги импульсного ракетного двигателя твердого топлива для достижения максимальной глубины проникания пенетратором активно-реактивного типа с заданными массогабаритными параметрами.

Рассмотрим случай, когда пусковая труба баллистической установки расположена на некотором удалении от поверхности лунного грунта. Метательное устройство обеспечивает направленный выброс пенетратора активно-реактивного типа из пусковой трубы, сообщая ему определенную скорость приближения к поверхности грунта. В свою очередь, двигательная установка включается в момент входа пенетратора в грунт, при этом тяга двигателя меньше полного сопротивления реголита [4, 5].

В данном случае на глубину проникания в грунт будут влиять не только скорость входа пенетратора активно-реактивного типа, его массогабаритные параметры и характеристики, но также и величина тяги в каждый момент времени функционирования двигателя, т. е. закон управления вектором тяги в процессе движения пенетратора активно-реактивного типа в лунном грунте.

Уравнение движения в грунте пенетратора активно-реактивного типа имеет вид

$$MV \frac{dV}{dx} = R + Mg \sin \theta - F, \quad (1)$$

где $M = M_k + M_T f$ – текущее значение массы пенетратора активно-реактивного типа; f – функция изменения массы; $R = W_a M_T f'_t$ – тяга двигателя; M_k – масса конструкции пенетратора; M_T – масса топлива; W_a , V – скорость истечения газов из сопла и скорость движения пенетратора активно-реактивного типа; $f'_t = V f'_V \frac{dV}{dx}$ – производная функции изменения массы по времени; f'_V – производная функции массы по скорости; $F = F_0 + BV^2$ – сопротивление грунта; $F_0 = F_0^{yl} S_M$ – статическое сопротивление лунного грунта; F_0^{yl} – удельное статическое сопротивление грунта; S_M – площадь миделевого сечения; $B = C_x \frac{\rho_{гр}}{2} S_M$ – коэффициент динамического сопротивления; $\rho_{гр}$ – плотность лунного грунта; C_x – коэффициент лобового сопротивления лунного грунта; g – ускорение свободного падения; θ – угол между продольной осью пробойника и горизонтальной плоскостью [6].

Глубина проникания в грунт пенетратора активно-реактивного типа (для варианта включения двигательной установки в момент входа пенетратора активно-реактивного типа в реголит) находится интегрированием уравнения движения (1) и определяется функцией вида

$$L = \int_{V_{k1}}^{V_{k3}} \frac{(M_k + M_T f) - W_a M_T f'_V}{(M_k + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2} V dV, \quad (2)$$

где V_{k1} , V_{k3} – скорость входа пенетратора активно-реактивного типа в грунт и конечная скорость движения (в момент времени окончания работы двигателя). Анализ зависимости (2) показывает, что на конечную глубину проникания будет в значительной мере влиять характер изменения массы пенетратора активно-реактивного типа, а следовательно, и закон управления вектором тяги двигателя.

Из теории проектирования реактивных двигателей твердого топлива известно [7, 8], что тяга равна произведению единичного импульса топлива и его секундного расхода, т. е.

$$R = I_{ед} M_c = I_{ед} \rho_T S_{гор} U_{гор}, \quad (3)$$

где $M_c = \rho_T S_{гор} U_{гор}$ – расход продуктов сгорания через сопло в единицу времени, плотность, поверхность и скорость горения твердого топлива.

Задача выбора оптимальных характеристик пенетратора активно-реактивного типа в данном случае сводится преимущественно к выбору оптимального закона управления вектором тяги, что, с математической точки зрения, соответствует элементарной задаче вариационного анализа и формулируется следующим образом.

Найти экстремум функционала

$$L(f) = \int_{V_{k1}}^{V_{k3}} F(V, f, f'_V) dV$$

при выполнении граничных условий $f(V_{k1}) = f_0$ и $f(V_{k3}) = f_k$, а также в предположении, что $f(V)$ на интервале $[V_{k1}, V_{k3}]$ имеет непрерывную производную $f'_V(V)$.

Для определения экстремалей записывается уравнение Эйлера – Лагранжа, являющееся необходимым условием их существования:

$$F'_f - F''_{f'_V V} - F''_{f'_V f} f'_V - F''_{f'_V f'_V} f''_{VV} = 0. \quad (4)$$

Здесь:

$$F'_f = \frac{M_T V (M_T g W_a f'_V - F_0 - BV^2)}{[(M_k + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2};$$

$$F''_{f'V} = \frac{M_T V (M_T g W_a f' - F_0 - BV^2)}{[(M_K + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2}; \quad (5)$$

$$F''_{f'f} = \frac{M_T^2 g W_a V}{[(M_K + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2};$$

$$F''_{f'f'} = 0.$$

Подставляя формулы (5) в уравнение (4) с учетом граничных условий, получим зависимость для функции расхода в зависимости от скорости проникания пенетратора в грунт:

$$f = \frac{V}{V_{k3}} + \frac{V}{M_T g \sin \theta} \left[(V_{k3} - V) \left(\frac{M_K g \sin \theta - F_0}{V_{k1} V} + \frac{V_{k3} + V}{2W_a} B + B \right) + \frac{F_0}{W_a} \ln \frac{V_{k3}}{V} \right]. \quad (6)$$

Однако полученную зависимость (6) целесообразнее анализировать не в функции от скорости проникания, а в функции времени, имея в виду, что:

$$\frac{df}{dt} = f' \frac{dV}{dt}; \quad \frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dx}.$$

По результатам проведенных расчетов получен закон изменения тяги ракетного двигателя твердого топлива в виде квадратично возрастающей зависимости малой кривизны, которую для реализации на практике в первом приближении можно аппроксимировать линейно возрастающей зависимостью.

Следует отметить, что скорость нарастания тяги должна быть тем выше, чем больше сопротивление грунта и интенсивность его возрастания с глубиной. Однако значительные различия в физико-механических свойствах различных пород не позволяют определить такие технические характеристики пенетратора активно-реактивного типа, которые обеспечивали бы экстремальные значения параметров проникания для каждой породы в отдельности. В связи с этим выбор оптимального закона управления вектором тяги двигателя и расчет других параметров пенетратора должны выполняться не для конкретного типа грунта, а на основе усредненных характеристик с использованием математических ожиданий физико-механических свойств грунта, что позволяет реализовать рациональный режим проникания пенетратора активно-реактивного типа.

Для выполнения расчетов по определению основных параметров пенетратора активно-реактивного типа в качестве аналогов реголита в настоящей работе рассматриваются земные грунты естественного залегания [9].

Поскольку физико-механические свойства грунтов характеризуются значительной группой параметров, которые определяют сопротивление грунта, то с целью упрощения математических выкладок в работе предложено учитывать сопротивление грунта обобщенным критерием

$$\Gamma = \frac{\rho_0}{b} \left(\ln \frac{1}{1-b} + b \right), \quad (7)$$

где $b = \frac{\rho_0}{\rho}$ – коэффициент сжимаемости; ρ_0, ρ – начальная и текущая за фронтом ударной волны плотность.

При отсутствии данных о сжимаемости грунтов может быть использована приближенная зависимость

$$\Gamma = 46 \cdot 10^{-4} K_{\Pi}^{-1}, \quad (8)$$

где K_{Π} – коэффициент проникания.

Для грунта, находящегося в замороженном состоянии, $K_{\Pi}^{\text{зм}} = 0,6 \cdot 10^{-6} + 0,71K_{\Pi}$.

Тогда по данным таблицы строится гистограмма распределения критерия Γ и выравнивающая кривая (рис. 1).

Тип грунта	Положительная температура		Отрицательная температура	
	Γ , $\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{М}^4$	ρ_0 , $\text{кг}/\text{М}^3$	Γ , $\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{М}^4$	ρ_0 , $\text{кг}/\text{М}^3$
Рыхлые отложения четвертичного возраста, щебенчатые россыпи, различные виды ледниковых отложений	0,069–0,115	0,0054	0,0828–0,1196	0,0126
Лессовидный суглинок, обогащенный в отдельных случаях местным обломочным материалом	0,0552–0,0920	0,264	0,0736–0,1104	0,0156
Четвертичные супесчано-суглинистые отложения	0,0644–0,1024	0,0468	0,0828–0,1196	0,0492
Карбонатные почвообразования, псевдомицелий, лессовидные отложения	0,060598–0,138	0,024	0,0736–0,1702	0,012
Лессовидные суглинки, щебенчатые покровные суглинки, гипс	0,0736–0,115	0,0348	0,0874–0,1104	0,0072
Рыхлый лессовидный суглинок, переполненный мелкими кристаллами гипса	0,0322–0,0782	0,09	0,0414–0,0644	0
Элювиальная кора выветривания или продукты ее отложения; известняки; глинистая масса и глинистые минералы	0,0460–0,1518	0,0540	0,0598–0,1702	0
Аллювиальный песок	0,0506–0,1012	0,0222	0,0644–0,1196	0,0018
Делювиальный суглинок, обогащенный местным крупнообломочным материалом	0,0644–0,1150	0,1482	0,0644–0,1334	0,0498
Искусственные грунты	0,092–0,23	0,400	0,092–0,23	0

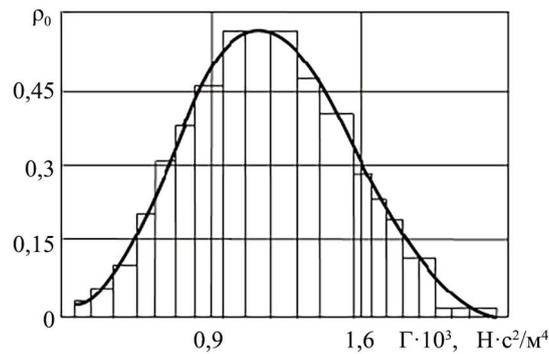


Рис. 1

При построении гистограммы считается, что критерий Γ равномерно распределен внутри указанных диапазонов (см. таблицу), характеризующих определенный грунт [10, 11].

Числовые параметры распределения имеют следующие значения: математическое ожидание критерия $M[\Gamma] = 1101,7$; среднеквадратичное отклонение $\delta[\Gamma] = 376,9$; минимальное $\Gamma_{\min} = 322,0$ и максимальное $\Gamma_{\max} = 2300$ значения критерия Γ .

Для выравнивания полученной гистограммы используется нормальный закон распределения

$$f_{\Gamma}(x) = N_{\alpha} \left\{ \sqrt{1 + 0,123n_{\Gamma}^2} - \cos \left[\pi \left(\delta_{\Gamma} Y_{\Gamma}^2 - \delta_{\Gamma} Y_{\Gamma} + 2 Y_{\Gamma} \right) \right] \right\}^{n_{\Gamma}}, \quad (9)$$

где $Y_{\Gamma} = \frac{(\Gamma - \Gamma_{\min})}{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}$; $N_{\alpha} = 0,03$ нормирующий множитель; $n_{\Gamma} = 0,8$, $\delta_{\Gamma} = 0,51$ – параметры распределения.

Качество выравнивания гистограммы оценим параметром

$$\eta_{\Gamma} = \sum_{i=1}^k \frac{(P_i - P_{0i})}{P_{0i}},$$

где P_i – известная частотность попадания в i -й диапазон ее изменения; P_{0i} – вероятность попадания в i -й диапазон, спрогнозированный с помощью закона распределения. При $k = 10$ $\eta_\Gamma = 0,1284$, что позволяет сделать вывод о высокой точности выравнивания гистограммы распределения [12].

Для расчета $\frac{df}{dt}$ необходимо выбрать тип грунта. Целесообразно принять этот критерий по верхнему уровню из известного интервала равным $\Gamma = 1569,7$ в качестве базового значения при определении тяговых характеристик ракетного двигателя на твердом топливе аппарата для движения в грунте. Это обстоятельство обусловлено тем, что двигатель, способствующий перемещению пенетратора в условиях максимального грунтового сопротивления, гарантирует продвижение в средах с меньшей плотностью и прочностью [13].

Грунт, который имеет обобщенный критерий сопротивляемости $\Gamma = 1569,7 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^4$, характеризуется коэффициентом сжимаемости, начальной $\rho_0 = 2619,58 \text{ кг/м}^3$ и текущей $\rho = 2635,34 \text{ кг/м}^3$ плотностью.

На рис. 2 представлены результаты расчета закона изменения функции $\frac{df}{dt}$ и скорости проникания по времени для случая запуска грунтового аппарата (с диаметром миделевого сечения $D = 0,1 \text{ м}$, начальной массой $M_0 = 100 \text{ кг}$, массой топлива $M_T = 25 \text{ кг}$), запускаемого под углом $\theta = 75^\circ$ к горизонту со скоростями $V_{k1} = 200 \text{ м/с}$, $V_{k2} = 300 \text{ м/с}$.

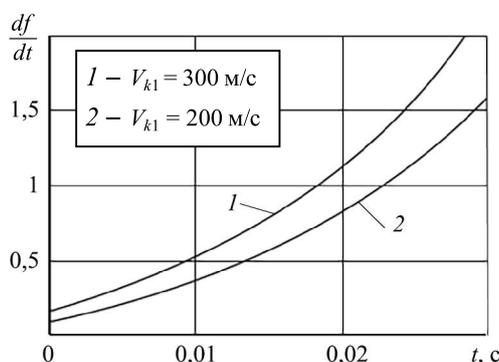


Рис. 2

Тяга двигателя должна возрастать и пропорционально компенсировать изменение (уменьшение) силы сопротивления грунта по мере проникания пенетратора активно-реактивного типа.

Величина тяги в каждый момент времени не превышает значения сопротивления пенетратора при движении в грунте, а градиент нарастания тяги должен быть тем больше, чем выше скорость входа пенетратора активно-реактивного типа в грунт. Рациональный режим изменения скорости представляет собой убывающую зависимость, близкую к экспоненциальному закону.

Время конца работы двигательной установки должно либо соответствовать времени полной остановки пенетратора активно-реактивного типа, либо отличаться не более чем на $0,02 \dots 0,08 \text{ с}$.

Полученные заключения могут служить теоретическим фундаментом для разработки режима эксплуатации твердотопливных ракетных двигателей пенетраторов активно-реактивного типа, предназначенных для продвижения в прочных типах грунта.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (шифр FSFF–2025–0001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев Е.В. и др. Влияние закрутки грунтового реактивного пенетратора на параметры его движения в лунном грунте // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2024. № 1 (63). С. 56–62.
2. Федорова Н.А. и др. Влияние реактивной тяги на проникание пенетраторов при изучении строения поверхностного слоя космических объектов // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 2. С. 189–197.

3. Федоров С.В., Федорова Н.А. Влияние импульса реактивной тяги на глубину проникания исследовательского зонда в грунт планеты // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 1. С 148–157.
4. Антуков В.Н. и др. Численное и экспериментальное исследование проникания снаряда-пробойника в грунтовой массив // Вестник Пермского университета. 2012. № 4 (12). С. 5–11.
5. Родченко В.В. Основы проектирования реактивных аппаратов для движения в грунте. М.: МАИ-Принт, 2009. 359 с.
6. Заговорчев В.А. Метод обоснования технических характеристик многомодульных лунных реактивных пенетраторов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2014. 27 с.
7. Белов Г.В., Зоншайн С.И., Оскерко А.П. Основы проектирования ракет. М.: Машиностроение, 1974. 255 с.
8. Зельдович Я.Б. и др. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1963. 190 с.
9. Заговорчев В.А., Родченко В.В., Садретдинова Э.Р. Выбор параметров лунных пенетраторов со сквозным каналом // Вестник МАИ. 2014. № 2. С. 32–40.
10. Заговорчев В.А., Родченко В.В. Расчет основных проектных параметров реактивного пенетратора для движения в лунном грунте // Изв. вузов. Авиационная техника. № 4. 2019. С. 65–72.
11. Гусев Е.В. и др. Особенности процесса функционирования двигателя реактивного пенетратора для движения в плотных грунтах // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 133–139.
12. Кузьмин В.А. и др. Моделирование теплового излучения гетерогенных продуктов сгорания в камере сгорания модельного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 1. С. 92–97.
13. Егоров М.Ю. Влияние полетной перегрузки на внутрикамерный процесс в ракетном двигателе на твердом топливе // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 132–141.

Поступила в редакцию 20.03.25

После доработки 10.04.25

Принята к публикации 10.04.25

Determination of the Optimal Control Law for the Thrust Vector of an Active-Reactive Type Space Penetrator

E.V. GUSEV, V.A. ZAGOVORCHEV, V.V. RODCHENKO,
E.R. SADRETDINOVA, AND E.A. SHIPNEVSKAYA

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

The paper considers the problem of determining the optimal control law for the thrust vector of an active-reactive type penetrator designed for penetrating and studying the subsurface layer of celestial bodies. Optimization of the thrust vector control for the active-reactive type penetrator was conducted. A law for the variation of the thrust of a solid-propellant rocket engine was derived, represented as a quadratically increasing dependence with low curvature. The calculation of the mass variation function for the active-reactive type penetrator is presented. The formulated conclusions can serve as a basis for justifying the operation mode of the solid-propellant rocket engine of the active-reactive type penetrator for movement in dense soils.

Penetrator, control law, thrust vector, solid-propellant rocket engine