

**Трехслойные элементы конструкций
авиационной и космической техники.
Методология построения моделей послойного
конечно-элементного анализа
напряженно-деформированного состояния
нерегулярных трехслойных оболочек,
в том числе с прямоугольными в плане вырезами**

Рассмотрено применение трехслойных элементов конструкций в авиационной и космической технике. Приведен обзор работ по исследованию напряженно-деформированного состояния оболочек, ослабленных вырезами, в частности, трехслойных оболочек. Представлена методология построения моделей послойного конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек, в том числе с прямоугольными в плане вырезами.

В.Н. БАКУЛИН,
канд. техн. наук
(ИИПРИМ РАН, Москва)
vbak@yandex.ru

**Трехслойные элементы конструкций, оболочки вращения, моментные несущие
слои, напряженно-деформированное состояние, конечно-элементная модель,
прямоугольные в плане вырезы**

Трехслойные элементы конструкций, в том числе трехслойные оболочки, состоят из двух внешних несущих слоев, как правило, тонких, из высокопрочного материала, связанных слоем обычно относительно маложесткого и легкого заполнителя, обеспечивающего совместную работу внешних слоев. В качестве заполнителя часто применяют армированные и неармированные пенопласты, перфорированный картон, сотовые, складчатые, ячеистые и ребристые конструкции. Несущие слои изготавливаются из стекло-, угле- и металлопластиков, стали, алюминиевых сплавов, пластмасс и других материалов. Слои могут быть различными по толщине и материалам. Совместная работа несущих слоев зависит во многом от способности заполнителя сопротивляться их относительному сдвигу и сближению.

Все более широкое применение трехслойных элементов конструкций, в том числе трехслойных оболочек, обусловлено высокими показателями изгибной жесткости, весовой эффективности, тепловой защиты, звукоизоляции, вибропоглощения, возможностью регулирования этих и многих других важных характеристик.

Расчет трехслойных элементов и оболочек проводится в работах [1–3].

Эффективность применения трехслойных конструкций в летательных аппаратах установлена в работах [4–8]. Так, в работе [9] показаны преимущества трехслойных сотовых конструкций из композиционных материалов в сравнении со стрингерно-шпангоутными конструкциями.

В работе [6] отмечается, что при замене монолитных или подкрепленных конструкций на трехслойные сотовые достигается снижение массы на 25...40 %, а благодаря новым возможностям создания рациональных трехслойных сотовых конструкций можно повысить этот показатель до 45–55 % [6]. Принципиальная возможность применения композиционных материалов с повышенной теплостойкостью вместо алюминиевых сплавов для несущих обшивок конструкции позволяет уменьшить толщину теплозащитных покрытий или в ряде случаев полностью отказаться от них.

При надлежащем выборе материалов и параметров можно получить трехслойные оболочки с заданными жесткостными, весовыми, радиотехническими, тепло- и звукоизоляционными, вибрационными и другими важными характеристиками.

В заполнителе трехслойных конструкций можно прокладывать подкрепляющие элементы (шпангоуты, стрингеры и др.) и различные коммуникации (кабели, трубопроводы и т. п.), что позволяет эффективно и безопасно использовать пространство внутри и снаружи изделий. При этом коммуникации могут быть защищены от электромагнитных полей, радиации, механических повреждений и др.

Примеры применения трехслойных оболочек и панелей в различных конструкциях приведены в работах [4, 5, 10–19]. В работах [14, 15, 18] приведены примеры применения трехслойных конструкций с наполнителем в различных отраслях народного хозяйства.

Трехслойные оболочки используются в авиационной и космической технике. Поверхность планера (80–90 % всей обтекаемой площади) первого в мире сверхзвукового дальнего бомбардировщика В-58 (США) выполнена из конструкций с наполнителем [18], обеспечивающим важную для сверхзвукового самолета гладкость внешних поверхностей и жесткость, благодаря которой устранена опасность возникновения панельного флаттера. Эти конструкции применены в силовых элементах крыла, фюзеляжа, что позволило снизить относительную массу планера этого самолета на 5–7 % по сравнению с обычной клепано-сборочной конструкцией.

Общая площадь, занятая панелями с наполнителем, на дальнем военно-транспортном самолете С-141 (США) составляет примерно 557 м². Из них выполнены носовая часть крыла на участке от центроплана до пилонов внутренних двигателей, хвостовая часть рулей высоты и руля направления, панели хвостовой части гондол двигателей, зализы центроплана с фюзеляжем, обтекатели шасси и др. Средняя толщина панелей с учетом применения различных комбинаций материалов не превышает 19 мм [18].

Общая площадь сотовых конструкций на стратегическом военно-транспортном самолете повышенной грузоподъемности С-5Л «Галакси» (США) составляет 2320 м² при средней толщине панелей 25,4 мм [18]. Панели с наполнителем на самолете С-5Л применены в носовой и хвостовой частях фюзеляжа и крыла, хвостовой части закрылков, пилонах двигателей, грузовых люках, обтекателях главного шасси, зализах крыла с фюзеляжем и др.

Планер истребителя-бомбардировщика F-111В (США) включает около 300 панелей с наполнителем (по сути, в это число входят все узлы, кроме носового обтекателя, небольшого участка за кабиной, средних участков крыла и киля) [18]. Масса 1 м² панели (размером 3000×1200×10,2 мм) – 2,64 кг [18].

На учебно-тренировочном самолете Су-49 (Россия) были использованы трехслойные панели при изготовлении руля высоты.

При изготовлении конструкции широкофюзеляжного двухдвигательного Boeing-787 (США) использованы композитные материалы на основе углерода, что составляет около 50 %, в модели Boeing-777 используется лишь 9 % композитных материалов. Применялось большое количество трехслойных конструктивных элементов (мотогондола, законцовки крыла, закрылки, обтекатели закрылков, панели пола, пилон, руль высоты, руль направления, элероны и др.).

Типовые панели пола в ближнемагистральном узкофюзеляжном пассажирском самолете Superjet 100 (Россия) представляют собой трехслойную сотовую конструкцию с обшивками из эпоксидно-стеклопластика и сотового наполнителя. Носовой обтекатель этого самолета выполнен из слоистой конструкции со стеклопластиковыми обшивками с сотовым наполнением. Широкое внедрение композиционных материалов и новых технологий изготовления позволило эффективно применить трехслойные оболочки и панели в конструкции современного пассажирского самолета МС-21 (Россия).

Трехслойные оболочки применяются в космических платформах (Spacebus, Eurostar), а также в переходных отсеках, соединяющих космические аппараты с ракетой-носителем. Некоторые особенности применения трехслойных конструкций в космических аппаратах рассмотрены в статье [19].

Конструкции корпусов космических аппаратов также должны быть устойчивы к воздействию метеоритов, космического излучения, в связи с чем актуально применение оболочек трехслойной или многослойной структуры. Наружная оболочка в этом случае является буфером, а пенопластовый наполнитель – улавливателем осколков метеоритов и наружной оболочки.

Трехслойные оболочки эффективно используются в конструкциях обтекателей космических аппаратов. Обтекатель, как правило, является комбинацией оболочек вращения цилиндрической, конической, сферической и оживальной форм. Под ним с некоторым зазором находится зона конструкции космического аппарата. Величина зазора определяется в основном прогибом створок обтекателя. Для оптимального выбора требуемой величины зазора уже на этапе предварительного проектирования требуется прогнозный расчет прогиба створок. Недостаточный зазор может вызвать повреждения конструкции аппара-

та. Избыточно большой зазор увеличивает диаметр обтекателя, что увеличивает вес, аэродинамическое сопротивление, нагрузки на конструкцию. Обтекатель выполняется составным и включает несколько раздельно сбрасываемых створок.

Конструкция пилотируемого космического корабля нового поколения [20] включает трехстворчатый обтекатель двигательной установки, представляющий собой трехслойную цилиндрическую оболочку, и лобовой трехслойный сферический теплозащитный экран. На конической части космического корабля расположен прямоугольный в плане люк.

На грузовом космическом корабле «Прогресс» [20] установлен двухстворчатый обтекатель, представляющий собой трехслойную оболочку.

Проведя анализ трехслойных оболочечных конструкций, в том числе из композиционных материалов, можно выявить особенности, которые сложно или невозможно учесть в достаточно точной постановке с помощью используемых в настоящее время моделей. При разработке новых, более совершенных расчетных моделей и применении их для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек современных изделий необходимо учитывать следующее:

- наличие прямоугольных в плане (распространенной на практике формой) вырезов;
- различные условия приложения разнообразных видов нагрузок (локальных, переменных по координатам и т. п.) к отдельным слоям и разные условия закрепления слоев (когда, например, один из несущих слоев закреплен или к нему приложена нагрузка, а другой слой свободен от закрепления или нагружения, т. е. разные граничные условия для каждого из слоев);
- переменные геометрические и физико-механические характеристики слоев по координатам, в том числе по толщине слоя заполнителя.

Несущие слои могут быть выполнены из разных материалов и иметь разную толщину (несимметричная структура стенки трехслойной оболочки).

При проектировании конструкций авиационной, космической и другой техники нередко приходится нарушать сплошность элементов конструкций, в том числе оболочек, различного рода вырезами конструктивного, технологического или другого назначения. Это уменьшает несущую способность конструкций. Возле отверстий появляются зоны повышенных напряжений, причем наибольшие из них могут в несколько раз превышать напряжения вдали от таких зон.

В связи с этим исследование напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек, ослабленных вырезами, является актуальной научной проблемой, имеющей и важное прикладное значение. Этим объясняется постоянное совершенствование методов расчета напряженно-деформированного состояния оболочек, ослабленных отверстиями. Поскольку трехслойные и слоисто-неоднородные оболочки, в том числе выполненные из композиционных материалов, применяются все чаще, необходимо создание расчетных моделей, позволяющих учесть наличие вырезов, неоднородную структуру и другие особенности указанных оболочек.

Обзор работ по расчету оболочек с вырезами проводится в работах [5, 21–25], в основном исследуются однородные оболочки. Исследования концентрации напряжений около отверстий в трансверсально-изотропных пластинах и оболочках проводятся в работах [26–28]. Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках рассматривалось в работе [28], концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин – в монографии [29].

В работе [26] изложены основы теории и разработаны аналитические и приближенные методы исследования напряженно-деформированного состояния слоистых анизотропных оболочек и пластин, содержащих концентраторы напряжений различного типа (отверстия, трещины, включения, межслойные дефекты, краевые неоднородности).

В работе [28] отмечается, что получены точные решения задач концентрации напряжений около кругового отверстия либо около жесткого включения в сферической оболочке, т. е. задач, для которых переменные разделяются. Также установлено, что для отверстий другой формы получить точные решения в рамках теории трансверсально-изотропных оболочек не представляется возможным.

Концентрация напряжений в области круглого отверстия в трансверсально-изотропной сферической оболочке была рассмотрена в работе [30]. На основании анализа численных данных сделаны выводы о воздействии изменения параметра податливости поперечному сдвигу и радиуса отверстия на напряженное состояние, а также на расстояние, при котором влияние отверстия становится пренебрежимо малым.

Проанализировав многие работы, можно сделать вывод о том, что при решении подобных задач даже для однородных оболочек с отверстиями аналитическими методами возникают трудности математического характера, особенно для оболочек с прямоугольными вырезами (распространенной формой вырезов). Вследствие этого для исследования оболочечных элементов тонкостенных конструкций с вырезами применяются численные методы [31–39 и др.].

Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием рассматривается в статье [38].

Аналитико-численный метод конечных тел решения краевой задачи для цилиндрической ортотропной оболочки с немалым прямоугольным отверстием рассмотрен в работе [39]. Отмечено, что в случае оболочки с немалым прямоугольным отверстием, когда возмущенное напряженное состояние, обусловленное наличием отверстия, может охватывать всю оболочку вдоль образующей, нахождение ее напряженно-деформированного состояния является сложной и до конца не решенной задачей. Обоснован метод конечных тел, основанный на специальном разделении трехсвязной поверхности оболочки с отверстием на более простые двухсвязные или односвязные части, на краях которых входящие в решение экспоненциальные функции нормированы единицей, что позволяет построить устойчивый алгоритм решения граничной задачи. Для расчета напряженного состояния использована система уравнений, которая точно удовлетворяет уравнениям равновесия ортотропной цилиндрической оболочки. Рассмотрено разделение напряженно-деформированного состояния сегментов оболочки на основное напряженное состояние, которое определяется главными векторами сил и моментов, и самоуравновешенное состояние (в виде ряда), которое затухает при удалении от краев сегментов оболочки. Разработан подход аналитико-численного решения краевых задач, основанный на аппроксимации напряженного состояния оболочки конечной суммой разрешающих функций и предложенном универсальном способе удовлетворения всех условий контакта частей оболочки и граничных условий сведением к нахождению минимума обобщенной квадратичной формы.

Найдены в аналитическом виде коэффициенты обобщенной квадратичной формы, что позволяет существенно повысить точность (построить решение исходной граничной задачи с заданной точностью) и быстродействие метода. Установлены критерии, при которых построенное приближенное решение совпадает с точным.

Несмотря на актуальность проблемы, очень мало работ, где анализируется напряженно-деформированное состояние слоистых и особенно трехслойных оболочек, ослабленных отверстиями.

Концентрация напряжений у отверстия на поверхности двухслойной цилиндрической оболочки исследовалась в работе [40]. В статье [41] изучалось распределение напряжений возле вырезов в многослойных оболочках вращения. Расчет многосвязных слоистых пластин и оболочек рассматривался в монографии [42]. Модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конических нерегулярных оболочек, в том числе с прямоугольными в плане вырезами, предложена в работе [43]. Вопросы расчета трехслойных сферических оболочек с малыми круговыми, эллиптическими и криволинейными отверстиями решаются в работах [44–48].

В работе [44] приведена постановка задачи о концентрации напряжений около криволинейного отверстия с гладким контуром в трехслойной оболочке с изотропными несущими слоями и заполнителем, податливым на сдвиг, несжимаемым в радиальном направлении. Равновесие трехслойной сферической оболочки с овальным вырезом рассматривалось в статье [45]. В работе [46] изучалось напряженное состояние около кругового выреза в трехслойной оболочке, в работе [47] – взаимодействие двух отверстий в трехслойной сферической оболочке. Влияние деформаций сдвига на напряженное состояние трехслойной сферической оболочки с отверстием рассматривалось в статье [48].

Напряженно-деформированное состояние около эллиптического выреза и концентрация напряжений около криволинейных вырезов в трехслойных сферических оболочках исследовались в статье [49].

Некоторые вопросы, связанные с расчетом трехслойных цилиндрических оболочек с прямоугольными вырезами, рассматривались в статьях [12, 13, 50, 51].

Модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных оболочек двойной кривизны, в том числе с прямоугольными в плане вырезами, представлена в работе [52].

В работе [50] с использованием данных [53] получены основные уравнения изгиба и рассмотрен алгоритм расчета этих оболочек с большим прямоугольным вырезом. Результаты исследования не приведены.

По проведенному обзору работ по исследованию напряженно-деформированного состояния оболочек с вырезами, особенно трехслойных оболочек, можно сделать следующие выводы.

В большинстве работ по расчету оболочек, ослабленных отверстиями, исследуются однородные оболочки. Значительно меньше работ по исследованию композитных оболочек с вырезами, и в совсем немногочисленных работах проводится анализ напряженно-деформированного состояния слоистых и особенно трехслойных оболочек с прямоугольными вырезами. В подавляющем большинстве работ по расчету трехслойных оболочек рассматриваются сферические трехслойные оболочки с круговыми, эллиптическими и криволинейными отверстиями.

Несмотря на актуальность исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане отверстиями, данная проблема исследуется в небольшом числе публикаций. Неизвестны достоверные решения задач о распределении напряжений около прямоугольных в плане отверстий в трехслойных оболочках.

Для решения этой проблемы и проведения расчетов напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с учетом их особенностей необходимо разрабатывать модели на основе численных методов и в первую очередь метода конечных элементов.

С помощью существующих подходов, методов и моделей, в том числе конечно-элементных моделей, часто невозможно с необходимой точностью, степенью детализации и эффективностью провести исследования напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек различных геометрических форм при наличии прямоугольных в плане вырезов, неоднородности структуры (в том числе в слое заполнителя), с учетом приложения нагрузок к отдельным слоям и разных условий их закрепления, моментного состояния несущих слоев, трехмерного напряженного состояния в слое заполнителя и переменных по координатам параметрах. Это является сдерживающим фактором широкого внедрения трехслойных оболочек в конструкции современной техники.

Осуществить построение таких моделей, учитывающих указанные особенности, позволяет подход послойного анализа, предложенный для исследования напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек [43, 52, 54–57].

Послойное моделирование трехслойных оболочек заключается в том, что стенка конструкции, а при необходимости и слой заполнителя (уточненное послойное моделирование), разбиваются по толщине на слои, которые затем стыкуются [43, 52, 54–57 и др.]. При таком подходе можно в зависимости от геометрических параметров и физико-механических характеристик слоев и условий задач создавать и применять разные модели для расчета слоев.

Для послойного моделирования получение аналитических решений для широкого круга актуальных научных и значимых практических задач, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек, в частности ослабленных прямоугольными в плане вырезами, сопряжено с существенными математическими трудностями.

Основным методом решения указанных задач является метод конечных элементов [58, 59], позволяющий создавать модели, с помощью которых можно проводить с необходимой степенью детализации и точности послойное исследование в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек [43, 52, 54–57 и др.].

На практике наиболее широко применяются трехслойные оболочки с тонкими и жесткими несущими слоями и сравнительно толстым, но менее жестким наполнителем.

В ряде работ, в том числе в монографии [60], отмечается, что кроме эффектов типа поперечных сдвигов и обжатия нормалей, в многослойных конструкциях часто необходимо учитывать моментные эффекты в несущих слоях.

Представленный подход послойного моделирования реализуется с помощью метода конечных элементов в варианте метода перемещений на основе построения конечно-элементных моделей естественной кривизны, точно представляющих геометрическую форму исследуемых оболочечных конструкций [43, 52, 54–57, 61 и др.]. Подход состоит в построении конечно-элементной модели, состоящей из оболочечных двумерных конечных элементов моментных несущих слоев и трехмерных оболочечных конечных элементов слоя наполнителя.

Использование различных аппроксимирующих функций перемещений в двумерных и трехмерных оболочечных конечных элементах при моделировании напряженно-деформированного состояния в моментных несущих слоях и слое наполнителя приведет к разрыву обобщенных перемещений на криволинейных поверхностях контакта этих конечных элементов.

Предложен подход, позволяющий избежать такого разрыва аппроксимирующих функций перемещений на указанных поверхностях контакта оболочечных конечных элементов несущих слоев и слоя наполнителя в конечно-элементной модели нерегулярных трехслойных оболочек [55, 56, 61].

Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики РАН (ИПРИМ РАН).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Паймушин В.Н. и др.* Исследование форм потери устойчивости трехслойных тест-образцов с внешними слоями из волокнистых композитов со структурой $[0^\circ]$ на осевое сжатие // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 161. Кн. 4. С. 569–590.
2. *Пухлий В.А.* Динамика и прочность трехслойных оболочек сложной геометрии и переменной жесткости // Аннотации докл. 9-го Всерос. съезда по теоретической и прикладной механике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2006. Т. 3. С. 179.
3. *Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В., Тарлаковский Д.В.* Деформирование трехслойной круговой цилиндрической оболочки в температурном поле // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 1. С. 91–97.
4. *Бакулин В.Н.* Трехслойные оболочки – эффективные элементы конструкций современных летательных аппаратов. Модели прочностного анализа // Материалы 14-й Междунар. конф. по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли, г. Алушта, 5–12 сент. 2022. М.: МАИ, 2022. С. 270–272.
5. *Бакулин В.Н.* Применение трехслойных оболочек. Краткий обзор работ по расчету напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами // Вопросы оборонной техники. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2023. № 3 (208). С. 17–24.
6. *Сливинский В.И., Ткаченко Г.В., Сливинский М.В.* Эффективность применения сотовых конструкций в летательных аппаратах // Вестник СибГАУ. 2005. № 3. С. 169–173.
7. *Бакулин В.Н.* Влияние размеров прямоугольных в плане вырезов и модуля упругости подкрепляющих закладных элементов на напряженно-деформированное состояние трехслойных отсеков // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 11–21.
8. *Смердов А.А., Шон Ф.Т.* Анализ эффективности оптимальных композитных оболочек многостеночной и трехслойной схем для отсеков ракет-носителей и разгонных блоков // Конструкции из композиционных материалов. 2016. № 3 (143). С. 58–65.
9. *Елатонцева И.В.* Проектирование сотовых конструкций // Материалы науч.-техн. конф. Куйбышевского авиационного института. Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1970. Ч. 2. С. 7–8.
10. *Bakulin V.N.* Investigation of the Influence of the Cutout Dimensions on the Stress-Strain State of Three-layer Shells with Load-bearing Layers of Composite Materials // Journal of Physics: Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 714. Article № 012002.
11. *Авдеев В.С.* Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения. Путь длиной в полвека. Хотьково, 2015. 300 с.

12. *Акимов Д.В. и др.* Математическое моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния отсеков ракет космического назначения // *Космическая техника. Ракетное вооружение. Space Technology. Missile Armaments.* 2019. Вып. 1 (117). С. 21–27.
13. *Акимов Д.В. и др.* Сравнительный анализ методик расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкции ракетносителя // *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні.* 2016. № 2. С. 116–120.
14. *Бакулин В.Н., Образцов И.Ф., Потопахин В.А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек. Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. М.: Наука. Физматлит, 1998. 464 с.
15. *Александров А.Я., Бородин М.Я., Павлов В.В.* Конструкции с наполнителем из пенопласта. М.: Оборонгиз, 1962. 211 с.
16. *Ендогур А.И., Вайнберг М.В., Иерусалимский К.М.* Сотовые конструкции. М.: Машиностроение, 1986. 200 с.
17. *Бакулин В.Н., Острик А.В.* Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. М.: Физматлит, 2015. 280 с.
18. *Панин В.Ф., Гладков Ю.А.* Конструкции с наполнителем: Справочник. М.: Машиностроение, 1991. 272 с.
19. *Тестоедов Н.А., Наговицин В.Н., Пермяков М.Ю.* Применение трехслойных сотовых конструкций в космических аппаратах // *Вестник СибГАУ.* 2016. № 1. С. 200–211.
20. *Микрин Е.А.* Перспективы развития отечественной пилотируемой космонавтики (к 110-летию со дня рождения С.П. Королева) // *Космическая техника и технологии.* 2017. № 1 (16). С. 5–11.
21. *Бакулин В.Н.* Послойный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с вырезами // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 2019. № 2. С. 111–125.
22. *Гузь А.Н. и др.* Методы расчета оболочек: в 5 т. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. Киев: Наукова думка, 1980. 635 с.
23. *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. Киев: Наукова думка, 1968. 891 с.
24. *Сало В.А.* Краевые задачи статики оболочек с отверстиями. Харьков: НТУ ХПИ, 2003. 216 с.
25. *Бакулин В.Н.* Влияние угла раствора прямоугольных в плане вырезов на напряженно-деформированное состояние трехслойных цилиндрических отсеков // *Изв. вузов. Авиационная техника.* 2024. № 1. С. 21–29.
26. *Пелех Б.Л., Лазько В.А.* Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. Киев: Наукова думка, 1982. 295 с.
27. *Пелех Б.Л., Лунь Е.И.* Концентрация напряжений около отверстий в трансверсально-изотропных оболочках // *Механика полимеров.* 1970. № 6. С. 1076–1081.
28. *Пелех Б.Л., Сяський А.А.* Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках. Киев: Наукова думка, 1975. 198 с.
29. *Пелех Б.Л.* Концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин. Киев: Наукова думка, 1977. 182 с.
30. *Закора С.В., Чехов В.Н., Шнеренко К.И.* О концентрации напряжений около кругового отверстия в трансверсально-изотропной сферической оболочке // *Прикладная механика.* 2004. № 12. С. 99–10.
31. *Гавриленко Г.Д., Ситник А.С.* Распределение усилий и моментов в оболочках с большими прямоугольными отверстиями // *Прикладная механика.* 1976. № 10. С. 126–129.
32. *Длугач М.И., Гавриленко Г.Д.* Расчет ребристых цилиндрических оболочек с большими прямоугольными отверстиями методом сеток // *Прикладная механика.* 1975. № 12. С. 22–30.
33. *Длугач М.И., Ковальчук Н.В.* Исследование напряженного состояния ребристых цилиндрических оболочек с прямоугольными отверстиями методом конечных элементов // *Прикладная механика.* 1974. № 10. С. 22–30.
34. *Bakulin V.N.* Research of the Influence of Rectangular Cutout Dimensions on the Stress-Strain State of Shells Using an Effective Finite Element Model // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020. Vol. 868. Article № 012034.
35. *Длугач М.И., Ковальчук Н.В.* Метод конечных элементов в применении к расчету цилиндрических оболочек с прямоугольными отверстиями // *Прикладная механика.* 1973. № 11. С. 35–41.
36. *Дмитриев В.Г. и др.* Исследование устойчивости тонкостенных несущих элементов авиационных конструкций с большими прямоугольными вырезами методами вычислительного эксперимента // *Изв. вузов. Авиационная техника.* 2018. № 2. С. 18–26.
37. *Bakulin V.N.* Investigation of the Stress-Strain State of the Composite Cylindrical Shell with Rectangular Cutouts // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020. Vol. 927. Article № 012066.

38. Богатирчук А.С., Шнеренко К.Н. Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием // Прикладная механика. 1987. № 12.1. С. 125–128.
39. Бакулин В.Н., Ревенко В.П. Аналитико-численный метод конечных тел для расчета цилиндрической ортотропной оболочки с прямоугольным отверстием // Изв. вузов. Математика. 2016. № 6. С. 3–14.
40. Пирогов И.М. Концентрация напряжений вблизи отверстия на поверхности двухслойной цилиндрической оболочки // Сб. тр. ВЗПИ. 1970. № 59. С. 86–90.
41. Ван Фо Фы Г.А., Мукоед А.П. Распределение напряжений возле вырезов в многослойных оболочках вращения // Армированные материалы и конструкции из них: Сб. Киев: Наукова думка, 1970. С. 79–106.
42. Цурпал И.А., Тамуров Н.Г. Расчет многосвязных слоистых нелинейно-упругих пластин и оболочек. Киев: Вища школа, 1977. 224 с.
43. Bakulin V.N. A Model for Refined Calculation of the Stress-Strain State of Sandwich Conical Irregular Shells // Mechanics of Solids. 2019. № 5. P. 786–796.
44. Ван Фо Фы Г.А. Концентрация напряжений около отверстий в трехслойных оболочках // Прикладная механика. 1969. № 2. С. 51–61.
45. Ван Фо Фы Г.А., Жалило А.И. Равновесие трехслойной сферической оболочки с овальным вырезом // Расчет и конструирование изделий из стеклопластиков. Киев: Наукова думка, 1972. С. 79–106.
46. Ван Фо Фы Г.А., Савиченко А.А. Напряженное состояние около кругового выреза в трехслойной оболочке // Прикладная механика. 1970. № 8. С. 112–116.
47. Ванин Г.А., Савиченко А.А. Исследование влияния двух отверстий на напряженное состояние в трехслойной сферической оболочке // Прикладная механика. 1975. № 12. С. 15–21.
48. Савиченко А.А. Влияние деформаций сдвига на напряженное состояние трехслойной сферической оболочки, ослабленной отверстием // Прикладная механика. 1976. № 3. С. 47–54.
49. Жалило А.И. Напряженно-деформированное состояние около эллиптического выреза в трехслойной сферической оболочке // Устойчивость и деформативность элементов конструкций из композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1972. С. 55–62.
50. Аксентян К.Б., Краснобаев И.А. Основные уравнения изгиба и метод расчета круговой трехслойной цилиндрической оболочки с большим прямоугольным вырезом // Теория оболочек и пластин: Тр. 8-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1973. С. 601–605.
51. Аксентян К.Б., Краснобаев И.А. Расчет круговой трехслойной цилиндрической оболочки с большим прямоугольным вырезом // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1973. № 2. С. 45–51.
52. Bakulin V.N. Layer-by-Layer Stress-Strain Analysis of Irregular Sandwich Shells of Revolution with Non-Zero Gaussian Curvature // Mechanics of Solids. 2021. Vol. 56. Iss. 7. P. 1439–1450.
53. Прусаков А.П. Основные уравнения изгиба и устойчивости трехслойных пластин с легким наполнителем // Прикладная математика и механика. 1951. № 1. С. 27–36.
54. Bakulin V.N. Block-Layer Approach for the Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Cylindrical Shells of Rotation // Mechanics of Solid. 2021. Vol. 56. Iss. 7. P. 1451–1460.
55. Бакулин В.Н. Трехмерная оболочечная модель для послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных конических оболочек // Докл. АН. Физика, технические науки. 2023. Т. 512. № 1. С. 51–57.
56. Бакулин В.Н. Эффективная трехмерная оболочечная модель для послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных цилиндрических оболочек // Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика. Механика. 2024. № 3. С. 64–70.
57. Бакулин В.Н. Влияние толщины несущего слоя на напряженно-деформированное состояние в слоях трехслойных цилиндрических отсеков с прямоугольными в плане вырезами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 13–19.
58. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. 392 с.
59. Бакулин В.Н., Рассоха А.А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. М.: Машиностроение, 1987. 312 с.
60. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
61. Бакулин В.Н. Послойный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами // Докл. АН. Физика, технические науки. 2024. Т. 519. № 6. С. 47–53.

Поступила в редакцию 12.01.25

После доработки 23.04.25

Принята к публикации 23.04.25

Three-Layer Structural Elements of Aviation and Space Technology. Methodology for Constructing Models of Layer-by-Layer Finite-Element Analysis of the Stress-Strain State of Irregular Three-Layer Shells, Including Those with Rectangular Cutouts

V.N. BAKULIN

IAM RAS, Moscow

The paper considers the use of three-layer structural elements in aviation and space technology. A review of works on the study of the stress-strain state of shells weakened by cutouts, in particular, three-layer shells, is given. The paper presents a methodology for constructing models of layer-by-layer finite element analysis of the stress-strain state in the general case of irregular three-layer shells, including those with rectangular cutouts.

Three-layer structural elements, shells of revolution, moment bearing layers, stress-strain state, finite element model, rectangular cutouts