

Оптимальный синтез контура стабилизации силовых гироскопических стабилизаторов

Рассмотрены методы синтеза оптимальных регуляторов с учетом возмущений с известными спектральными характеристиками и неопределенных возмущений, ограниченных по L_x -норме, применительно к контуру стабилизации силового гироскопического стабилизатора. Для практического применения произведено понижение порядка регуляторов. Проанализированы преимущества и недостатки рассмотренных методов синтеза с точки зрения специфики гироскопических стабилизаторов.

К.О. ЛУКИН,
аспирант,

С.В. КРИВОШЕЕВ,
канд. техн. наук
(КНИТУ-КАИ, Казань)
Kirill.O.Lukin@yandex.ru

Гиросtabilизатор, контур стабилизации, оптимальный синтез, случайные возмущения, L_x -ограниченные возмущения, линейные матричные неравенства, понижение порядка регулятора

Гироскопические стабилизаторы, построенные по силовой (например, в гировертикалях МГВ-1СУ [1, 2] и других приборах [2]) и индикаторно-силовой [3–5] схемам, применяются в различных системах авиационной и ракетно-космической техники. Известны различные варианты синтеза контуров стабилизации таких систем [3–9]. Классические методы сложны при применении комплексных критериев качества. Современный подход к оптимальному синтезу регуляторов – сведение синтеза к задаче выпуклого программирования с помощью линейных матричных неравенств [10–15]. Преимущества данного подхода – простая работа с системами со многими входами и выходами, системами высоких порядков, комплексными критериями качества, высокая сходимость численных решений и др. Однако в инженерной практике они применяются не так часто, как классические методы, из-за относительной сложности самого синтеза и реализации регуляторов высокого порядка [10].

В данной статье рассмотрено применение методов оптимального синтеза с учетом спектральных характеристик возмущений (H_2 -оптимальный синтез) [14, 15] и неопределенных возмущений, ограниченных по L_∞ -норме [13]. Синтез с учетом неопределенных возмущений, ограниченных по L_∞ -норме, также может быть интерпретирован как нахождение управления, минимизирующего по некоторому критерию ограничивающий эллипсоид [13], поэтому будем называть такой регулятор «эллипсоидным».

Схема одноосного силового гироскопического стабилизатора приведена на рис. 1. Здесь 1 – подвижное основание; 2 – наружная рамка; 3 – гиروزел; 4 – датчик угла прецессии; 5 – регулятор контура стабилизации; 6 – мотор стабилизации; \vec{H} – вектор кинетического момента гиروزла; α – угол между плоскостью наружной рамки и подвижным основанием; β – угол прецессии (между нормалью O_1Y_1 к плоскости наружной рамки и вектором \vec{H}); γ, ϑ – углы крена и тангажа подвижного основания.

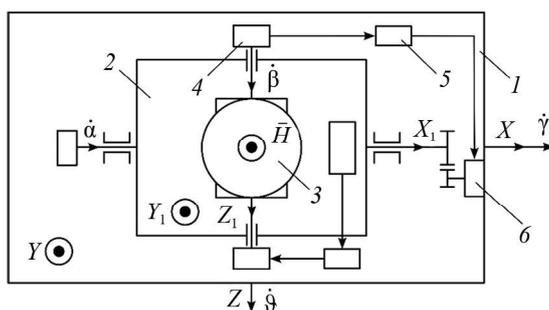


Рис. 1

Наружная рамка рассматриваемого гироскопического стабилизатора выравнивается в горизонт с помощью контура коррекции. При этом показано [6], что из-за существенной разницы в быстродействии контуров коррекции и стабилизации работа контура коррекции может не рассматриваться при синтезе контура стабилизации. На основе работ [6–8] линеаризованную математическую модель контура стабилизации при малых углах $\beta, \gamma_1 \ll 1$ можно выразить уравнениями

$$J_1 \ddot{\gamma}_1 = H \dot{\vartheta}_1 + C_m \dot{i}_c + m_{тр} \text{sign}(\dot{\gamma}) + M_n^x; \quad (1)$$

где $D_{\dot{\vartheta}} = (5,5 \cdot 10^{-2} \text{ c}^{-1})^2$ – дисперсия $\dot{\vartheta}$; $T_{\dot{\vartheta}} = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ c}$; j – мнимая единица;

$$S_{\dot{\vartheta}}(\omega) = \frac{2a_{\dot{\vartheta}}D_{\dot{\vartheta}}}{|1 + a_{\dot{\vartheta}}j\omega + b_{\dot{\vartheta}}(j\omega)^2|^2}, \quad (7)$$

где $D_{\dot{\gamma}} = (0,33 \text{ c}^{-1})^2$ – дисперсия $\dot{\gamma}$; $a_{\dot{\gamma}} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ c}$; $b_{\dot{\gamma}} = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ c}^2$;

$$S_M(\omega) = \frac{2D_M T_M}{|T_M(j\omega) + 1|^2}, \quad (8)$$

где $D_M = (2 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м})^2$ – дисперсия момента M_n^x ; $T_M = 3,6 \text{ c}$.

Часто [6, 10] критериями синтеза выбираются параметры переходного процесса и/или статическая точность по углу β , который можно рассматривать как погрешность следящей системы контура стабилизации (см. рис. 2). Величина угла β должна быть малой для ограничения гироскопического момента по оси прецессии от вертикальной угловой скорости. Однако для качественной оценки работы гироскопического стабилизатора в критерий оптимальности необходимо также ввести погрешность $\Delta\gamma_1$ стабилизируемого угла, а так как ее допустимое значение в разы меньше, чем для угла β , тогда минимизируемый функционал F задается в виде

$$F = v^2 D_{\Delta\gamma_1} + D_{\beta}, \quad (9)$$

где D – дисперсия; $v > 1$ – весовой коэффициент. Примем $v = 10$.

Формулировка (9) заданного функционала F может быть интерпретирована как критерий H_2 -оптимального синтеза, который в частном случае может быть сведен к задаче полуопределенного (выпуклого) программирования в виде линейных матричных неравенств [14, 15]. Математическая модель контура стабилизации в виде пространства состояний с учетом выражений (1) – (9) может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= A_1 \bar{x}_1 + B_{11} \bar{w} + B_{12} u; \\ \bar{y}_1 &= C_{12} \bar{x}_1; \bar{z} = [\beta \quad v\Delta\gamma_1]^T = C_{11} \bar{x}_1; F = \text{tr}(\bar{z} \cdot \bar{z}^T), \end{aligned} \quad (10)$$

где \bar{x}_1 – расширенный вектор состояния; A_1 – матрица динамики; B_{12} – матрица управления; \bar{y}_1 – вектор наблюдения; \bar{z} – выходной вектор; C_{12} – матрица наблюдения; C_{11} – матрица выхода; B_{11} – матрица возмущений; \bar{w} – вектор возмущений в виде белого шума единичной интенсивности;

$$\bar{x}_1 = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\gamma}_1 \\ i_c \\ \dot{\vartheta} \\ M_n^x \\ \dot{\gamma} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-H}{J_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{H}{J_1} & 0 & \frac{C_M}{J_1} & 0 & \frac{1}{J_1} & \frac{k_{\text{тр}}}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-C_e}{L} & \frac{-R}{L} & 0 & 0 & \frac{C_e}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{\dot{\vartheta}}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_M^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{\dot{\gamma}}^{-1} & -a_{\dot{\gamma}} b_{\dot{\gamma}}^{-1} \end{bmatrix}; B_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2D_M/T_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2D_{\dot{\gamma}}/T_{\dot{\gamma}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{\dot{\gamma}}^{-1} \sqrt{2a_{\dot{\gamma}}D_{\dot{\gamma}}} \end{bmatrix}^T;$$

$$C_{12} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad C_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -J_2 H^{-1} v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

По теореме о разделении [15] сначала синтезируем управление $u = K_1 \bar{x}_1$, где матрица $K_1 \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$, при полном измерении \bar{x}_1 . С учетом того что пара (A_1, B_{12}) стабилизируема, а пара (A_1, C_{11}) детектируема, H_2 -синтез можно записать [14] в виде следующей задачи оптимизации:

$$\min \operatorname{tr}(Z); \quad (11)$$

$$A_1 P_1 + B_{12} W_1 + (A_1 P_1 + B_{12} W_1)^T + B_{11} B_{11}^T \leq 0; \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Z & C_{11} P_1 \\ (C_{11} P_1)^T & P_1 \end{bmatrix} \geq 0; \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2/4 & W_1 \\ W_1^T & P_1 \end{bmatrix} \geq 0; \quad (14)$$

$$A_1 P_1 + B_{12} W_1 + (A_1 P_1 + B_{12} W_1)^T + 2\mu P_1 \geq 0. \quad (15)$$

Выражения (11) – (13) определяют минимизацию выбранных дисперсий с учетом ограничения (14) на напряжение u и ограничения (15) на положение собственных значений λ замкнутого контура слева $\operatorname{Re}\{\lambda(A_1 + K_1 B_{12})\} > -\mu$; $P_1 \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$, $P_1 = P_1^T > 0$; $Z \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $Z = Z^T > 0$; $W_1 = K_1 P_1$; $\operatorname{tr}()$ – след матрицы. Для реализуемости регулятора выставлено $\mu = 600$. Для численного решения задачи оптимизации (11) – (15) использована библиотека CVXPY языка Python с пакетами оптимизации MOSEK и CVXOPT (для взаимопроверки). Так как полный вектор состояния \bar{x}_1 не измеряется, то с учетом того что пара (A_1, C_{12}) детектируема, применяется линейно-квадратичное оценивание

$$\frac{d}{dt} \hat{x}_1 = A_1 \hat{x}_1 + B_{12} u + L_1 (\bar{y}_1 - C_{12} \hat{x}_1), \quad (16)$$

в котором матрица $L_1 \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$ определяется решением уравнения Риккати

$$A_1 P_n + P_n A_1^T - P_n C_{12}^T R_n^{-1} C_{12} P_n + Q_n = 0, \quad (17)$$

где $P_n \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$, $P_n = P_n^T > 0$, $Q_n = B_{11} B_{11}^T$ – матрица ковариации шума процесса; R_n – интенсивность белого шума измерения (датчика угла прецессии). Отсюда $L_1 = R_n^{-1} C_{12} P_n$. Наблюдатель (16) можно преобразовать в регулятор с передаточной функцией $k_1 W_{\text{кф}}$:

$$k_1 W_{\text{кф}} = K_1 (p 1_{8 \times 8} - (A_1 + B_{12} K_1 - L_1 C_{12}))^{-1} L_1, \quad (18)$$

где $1_{8 \times 8}$ – единичная матрица размерности 8×8 ; p – комплексная переменная преобразования Лапласа. Задав малую интенсивность шума $R_n = R_{n1} = 5 \cdot 10^{-14}$ рад², получим среднеквадратические отклонения $\sigma[\beta] = 0,85'$, $\sigma[\Delta\gamma_1] = 0,20'$ при измерении полного вектора \bar{x}_1 и $\sigma[\beta] = 0,75'$, $\sigma[\Delta\gamma_1] = 0,23'$, $\sigma[u] = 12,7$ В при использовании наблюдателя (16).

Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики получившегося регулятора $k_1 W_{\text{кф}}$ приведены на рис. 3, а. По принципу коррекции неустойчивости регулятор аналогичен фильтру высоких частот второго порядка [7], т. е. переход фазы через -180° в области колебательного пика компенсируется положительным сдвигом фазы фильтра на логарифмических амплитудной и фазовой характеристиках (рис. 3, б) разомкнутого контура стабилизации $k_1 W_{\text{кф}} W_p(u, \vartheta_1)$, где в скобках сначала указан вход, затем – выход. Запасы устойчивости для H_2 -регулятора – 11 дБ и 60° . Гарантированные запасы устойчивости при полном измерении доказаны для некоторых частных случаев [17] H_2 -синтеза, что невозможно сделать при использовании наблюдателя [15]. Однако при увеличении интенсивности шума $R_{\text{н}} = R_{\text{н}2} = 5 \cdot 10^{-11}$ рад² меняется и сам принцип коррекции неустойчивости (см. рис. 3, б). При этом среднеквадратические отклонения следующие: $\sigma[\beta] = 1,68'$; $\sigma[\Delta\gamma_1] = 0,26'$; $\sigma[u] = 21,3$ В. Похожая изменчивость принципа коррекции колебательных звеньев от формулировки задачи была описана и в случае H_∞ -оптимального синтеза, например, в работе [18], где в одном случае получилось сокращение колебательных полюсов, а в другом – сдвиг фазы в области колебательного пика.

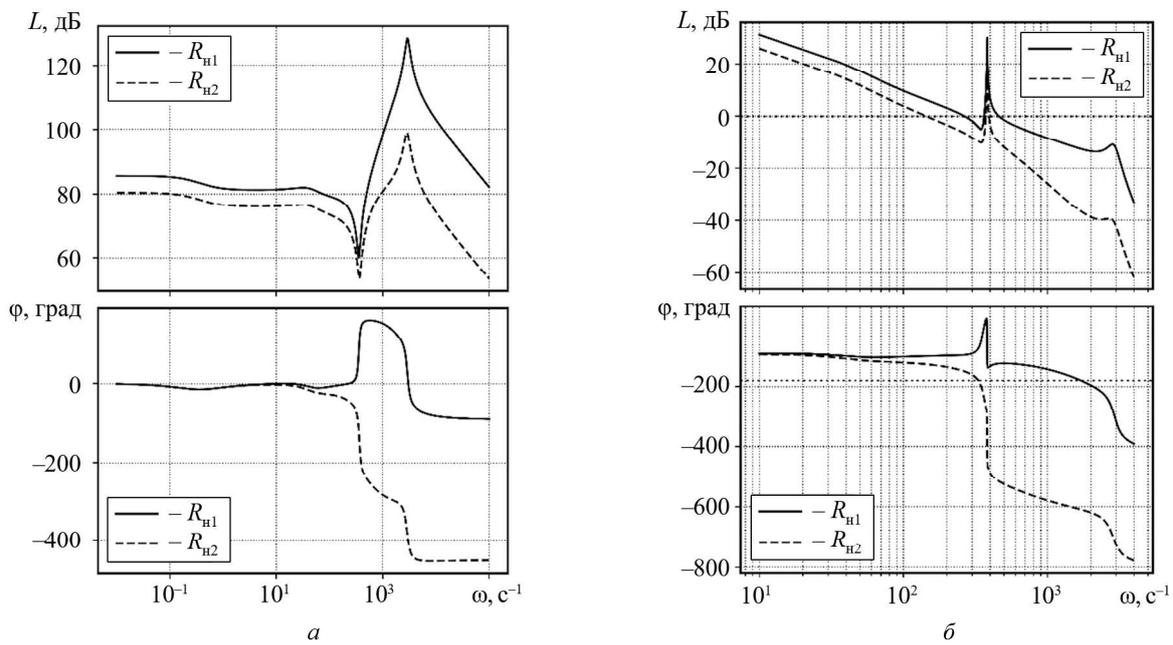


Рис. 3

Ограничения возмущений в виде $\|\bar{w}(t)\|_\infty \leq 1$ для контура стабилизации гироскопического стабилизатора могут быть выражены следующим образом в соответствии с моделью (5) – (8): $|M_B^x|_{\text{max}} = m_{\text{тр}} + 2\sqrt{D_M} = 1,9 \cdot 10^{-2}$ Н·м; $|\dot{\vartheta}|_{\text{max}} = 2\sqrt{D_{\dot{\vartheta}}} = 0,11$ с⁻¹; $|\dot{\gamma}|_{\text{max}} = 2\sqrt{D_{\dot{\gamma}}} = 0,66$ с⁻¹. В таком случае пространство состояний (10) может быть упрощено за счет исключения формирующих фильтров:

$$C_{22} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad B_{22} = [0 \ 0 \ 0 \ L^{-1}]^T; \quad C_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -J_2 H^{-1} v & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{x}_2 = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\gamma}_1 \\ i_c \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-H}{J_2} & 0 \\ 0 & \frac{H}{J_1} & 0 & \frac{C_M}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{-C_e}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}; \quad B_{21} = \begin{bmatrix} |\dot{\vartheta}|_{\text{max}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J^{-1} |M_B^x|_{\text{max}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |\dot{\gamma}|_{\text{max}} & C_e L^{-1} \end{bmatrix},$$

где пара (A_2, B_{22}) управляема, а пара (A_2, C_{21}) наблюдаема. Функционал (9) примет вид $F = v^2 \|\Delta\gamma_1(t)\|_\infty^2 + \|\beta(t)\|_\infty^2 = \text{tr}(C_{21}P_2C_{21}^T)$, а синтез регулятора выразится следующим образом:

$$\min \text{tr}(Z); \quad (19)$$

$$A_2P_2 + B_{22}W_2 + (A_2P_2 + B_{22}W_2)^T + \eta P_2 + \eta^{-1}B_{21}B_{21}^T \leq 0; \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} Z & C_{21}P_2 \\ (C_{21}P_2)^T & P_2 \end{bmatrix} \geq 0; \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 & W_2 \\ W_2^T & P_2 \end{bmatrix} \geq 0; \quad (22)$$

$$A_2P_2 + B_{22}W_2 + (A_2P_2 + B_{22}W_2)^T + 2\mu P_2 \geq 0, \quad (23)$$

где $P_2 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$; $P_2 = P_2^T > 0$; $W_2 = K_2P_2$; $\eta \in \mathbb{R}$ – скалярный параметр. Без строгого доказательства утверждается [13], что функционал F выпуклый относительно параметра η , то же и в рассматриваемом случае – с наименьшим значением при $\eta = 180$. Задача (19) – (23) решается также с помощью библиотеки CVXPY. Аналогично выражениям (16) – (18) получим регулятор $k_1W_{\text{кф}}$ при наблюдаемости пары (A_2, C_{22}) для $R_{\text{н}} = R_{\text{н1}} = 5 \cdot 10^{-14}$ рад². Максимальные значения $|\beta|_{\max} = 2,57'$, $|\Delta\gamma_1|_{\max} = 0,57'$ при полном измерении и $|\beta|_{\max} = 5,34'$, $|\Delta\gamma_1|_{\max} = 1,76'$ при использовании наблюдателя (оценки для наблюдателя при L_∞ -ограниченных возмущениях могут быть завышены из-за дифференцирования возмущений). Приведем логарифмические амплитудные и фазовые характеристики регуляторов $k_1W_{\text{кф}}$ (рис. 4, а) и разомкнутого контура стабилизации (рис. 4, б).

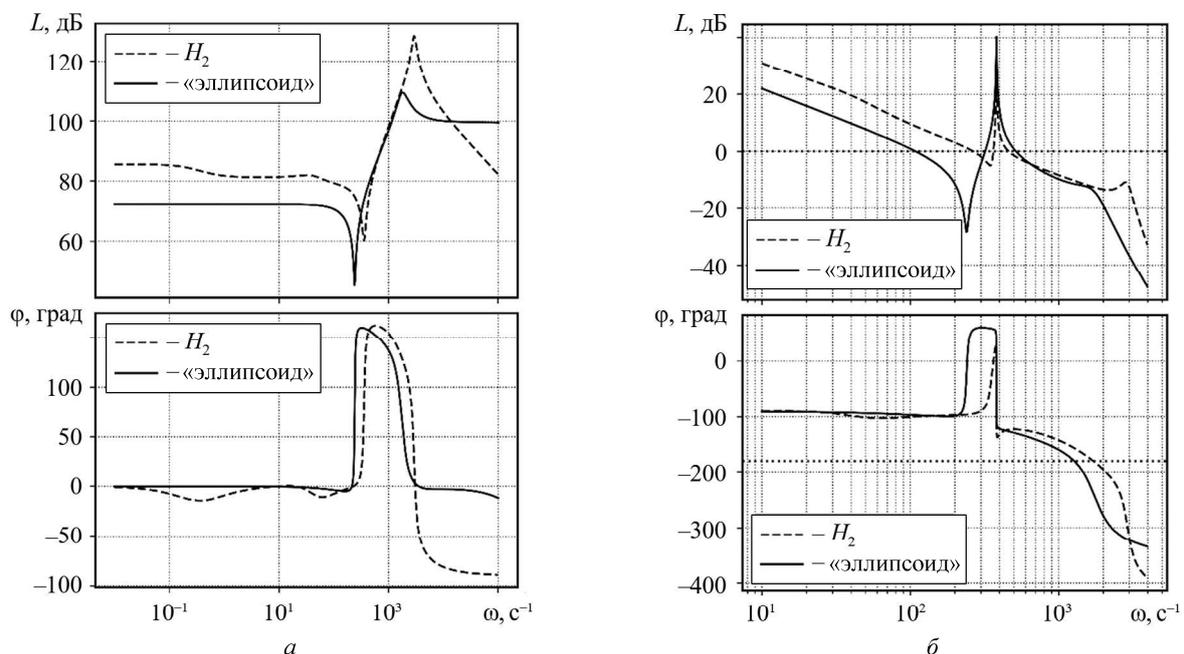


Рис. 4

Различия в определениях возмущающих воздействий двух методов синтеза отчетливо проявляются в динамике получившихся контуров стабилизации – на логарифмических амплитудной и фазовой характеристиках передаточной функции $k_1W_{\text{кф}}$ самих регуляторов (см. рис. 4, а), передаточной функции $k_1W_{\text{кф}}W_p(u, \vartheta_1)$ разомкнутого контура стабилизации (см. рис. 4, б), передаточной функции замкнутого

контура стабилизации $W_3(\vartheta, \beta)$ (рис. 5, а) и $W_3(M_B^x, \beta)$ (рис. 5, б), а также реакция на единичный скачок угла $\vartheta_1 = 2'$ (рис. 6, а) и момента $M_B^x = 0,01 \text{ Н}\cdot\text{м}$ (см. рис. 6, б). Оба регулятора сохраняют колебательный пик на логарифмической амплитудной характеристике (см. рис. 4, б) передаточной функции разомкнутого контура стабилизации на частоте $\omega_{\text{нута}} = H/\sqrt{J_1 J_2} = 381 \text{ с}^{-1}$ нутационных колебаний, а фаза пика близка к 0° , что обеспечивает высокую точность отслеживания угла ϑ (провал на логарифмической амплитудной характеристике передаточной функции $W_3(\vartheta, \beta)$ (см. рис. 5, а)). В связи с этим, несмотря на переход через 0 дБ амплитудной характеристики передаточной функции $k_1 W_{\text{кф}} W_p(u, \vartheta_1)$ до нутационного пика (см. рис. 4, б), в «эллипсоидном» регуляторе происходит дифференцирование в области $\omega_{\text{нута}}$, а не сокращение колебательных полюсов (по типу режекторного фильтра) или отрицательный сдвиг фазы (по типу фазового фильтра). Из-за особенностей перехода логарифмической амплитудной характеристики передаточной функции $k_1 W_{\text{кф}} W_p(u, \vartheta_1)$ разомкнутого контура стабилизации через 0 дБ после нутационного пика для обоих регуляторов (см. рис. 4, б) возникает увеличение погрешности β отслеживания угла ϑ по передаточной функции $W_3(\vartheta, \beta)$ замкнутого контура стабилизации (см. рис. 5, а). Для H_2 -регулятора это увеличение не имеет большого значения, так как спектр угла ϑ преимущественно низкочастотный. Для «эллипсоидного» регулятора данный пик определяет значение угла β в функционале качества F , поэтому дальнейшее усиление в низкочастотной зоне нецелесообразно из-за сопутствующего увеличения погрешности $\Delta\gamma_1$ по формуле (4). В связи с этим усиление «эллипсоидного» регулятора в низкочастотной зоне меньше H_2 -регулятора. Переходный процесс от воздействия возмущающего момента (см. рис. 6, б) получается колебательным у H_2 -регулятора, что видно по логарифмической амплитудной характеристике передаточной функции $W_3(M_B^x, \beta)$ (см. рис. 5, б) и переходному процессу (см. рис. 6, б). Таким образом, из-за неопределенности спектральных характеристик возмущений «эллипсоидный» регулятор получается с меньшим быстродействием.

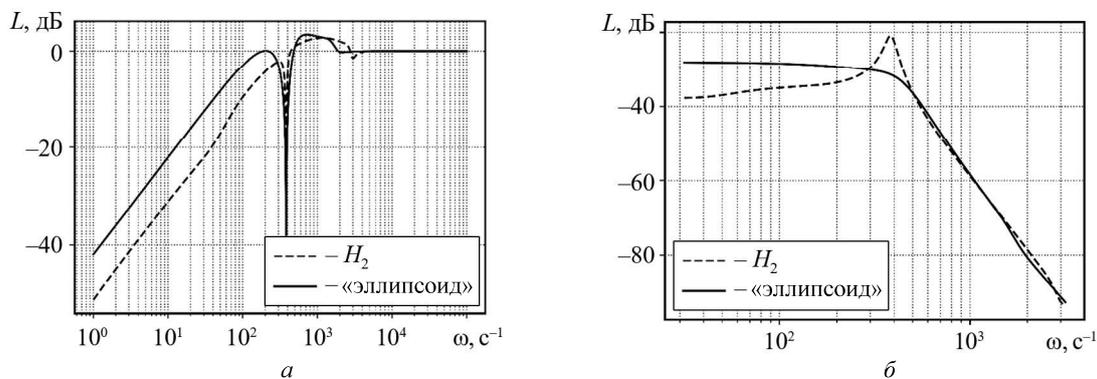


Рис. 5

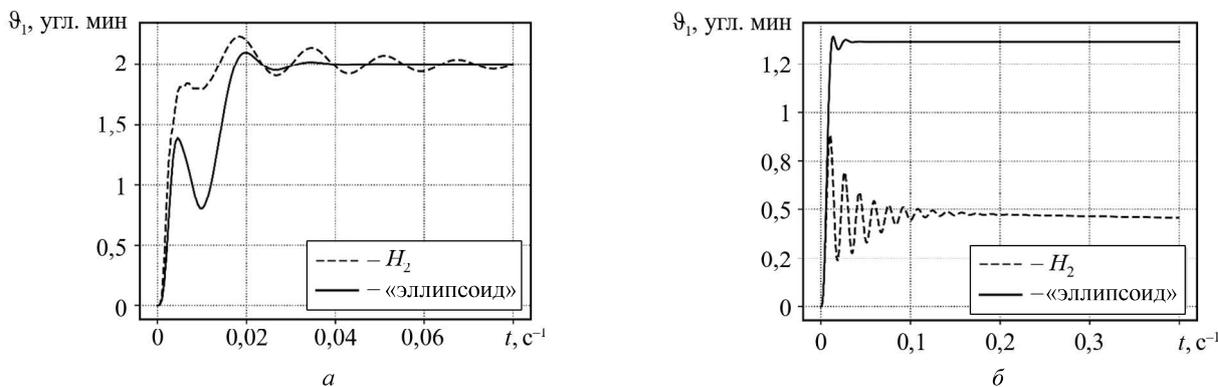


Рис. 6

Для упрощения реализации регуляторов и увеличения вычислительной устойчивости при использовании чисел с фиксированной запятой необходимо понизить порядок регулятора, например, до второго. Регулятор пониженного порядка $k_1 W_{\text{кф}}^*$ может быть получен решением задачи оптимизации:

$$\min \left\| W_{\text{вес}} k_1 (W_{\text{кф}} - W_{\text{кф}}^*) \right\|_{\infty}, \quad (24)$$

где $W_{\text{вес}}$ – весовой фильтр вида $W_{\text{вес}} = W_p(u, \vartheta_1) (1 + k_1 W_{\text{кф}} W_p(u, \vartheta_1))^{-1}$, необходимый для сохранения устойчивости контура стабилизации (достаточное условие) с регулятором пониженного порядка [15]. Для решения задачи (24) применим метод усечения пространства состояния в сбалансированной форме [19] (при которой граничные управляемости и наблюдаемости совпадают) с аппроксимацией методом сингулярных возмущений [20]. H_2 -регулятор пониженного порядка является фильтром высоких частот:

$$k_1 W_{\text{кф}} = k_1 \frac{T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1}{T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1}, \quad (25)$$

где $k_1 = 1,98 \cdot 10^4$ В/рад; $T_1 = 2,8$ мс; $\xi_1 = 8,3 \cdot 10^{-4}$; $T_2 = 0,39$ мс; $\xi_2 = 0,5$. Для «эллипсоидного» регулятора форма пониженного порядка также представляет собой фильтр высоких частот с передаточной функцией (25) со следующими параметрами: $k_1 = 4,12 \cdot 10^3$ В/рад; $T_1 = 4,1$ мс; $\xi_1 = 2,3 \cdot 10^{-2}$; $T_2 = 0,67$ мс; $\xi_2 = 0,39$. Действие фильтра высоких частот второго порядка (25) в контуре стабилизации физически эквивалентно внесению отрицательных обратных связей (см. рис. 2) по первой производной стабилизируемого угла $\dot{\vartheta}_1$, которая ускоряет реакцию контура стабилизации (увеличивает эффективный кинетический момент гироскопического стабилизатора), и второй производной стабилизируемого угла $\ddot{\vartheta}_1 = -HJ_2^{-1} \dot{\gamma}_1$ по выражению (2), которая вносит дополнительное демпфирование. Это обуславливает сходство силового гироскопического стабилизатора, имеющего такой регулятор в контуре стабилизации, с индикаторно-силовой схемой гироскопического стабилизатора (на малых гироскопах). Это позволяет использовать гиروزлы с меньшим кинетическим моментом и уменьшить габариты и массу самого гироскопического стабилизатора и конечного устройства в целом.

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

Синтез H_2 -оптимального регулятора требует знания спектральных характеристик возмущающих воздействий, включения в модель системы формирующих фильтров, поэтому такой регулятор более адаптирован к условиям эксплуатации. Для синтеза регулятора с учетом неопределенных возмущений, ограниченных по L_x -норме («эллипсоидный» регулятор), необходимо знать только предельные значения величин возмущений, не требуется использование формирующих фильтров, из-за чего быстродействие регулятора более низкое. В обоих случаях необходимо проверять запасы устойчивости контура с полученными регуляторами.

Порядок рассмотренных регуляторов можно успешно понизить с сохранением устойчивости контура, что важно при аналоговой реализации или использовании чисел с фиксированной запятой в цифровых сигнальных процессорах и программируемых логических интегральных схемах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аппаратура измерения курса и вертикали на воздушных судах гражданской авиации / Под общ. ред. П.А. Иванова. М.: Машиностроение, 1989. 340 с.
2. Распопов В.Я. Силовые гиросtabilизаторы. Основы теории, конструкция и применение // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2015. № 3. С. 1–28.
3. Сольницев Р.И., Каримов А.И., Каримов Т.И. Синтез цифровых регуляторов гироскопических командных приборов // Гироскопия и навигация. 2017. № 1(96). С. 108–118.
4. Кулешов А.В., Фатеев В.В. Индикаторно-силовой гиросtabilизатор с нежестким приводом // Авиакосмическое приборостроение. 2014. № 1. С. 26–34.
5. Краснов А.А., Одинцов А.А., Семенов И.В. Система гироскопической стабилизации гравиметра // Гироскопия и навигация. 2009. № 4 (67). С. 54–69.

6. Бесекерский В.А., Фабрикант Е.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. Л.: Судостроение, 1968. 351 с.
7. Лысов А.Н., Лысова А.А. Теория гироскопических стабилизаторов. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. 117 с.
8. Ривкин С.С. Статистический синтез гироскопических устройств. Л.: Судостроение, 1970. 422 с.
9. Лукин К.О., Кривошеев С.В. Статистический параметрический синтез регулятора контура стабилизации одноосного силового гироскопического стабилизатора с помощью стохастических методов глобальной оптимизации // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 1. С. 97–105.
10. Никифоров В.М. и др. Гашение пульсационных моментов двигателя силовой стабилизации комбинированным методом управления H_2/H_∞ // Тр. ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. 2015. № 3. С. 19–39.
11. Гаркушенко В.И. Параметрический синтез нестационарных систем управления с неопределенностями и ограничениями // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 3. С. 59–66.
12. Маликов А.И. Управление на конечном интервале нелинейных систем одного класса с H_∞ -критерием качества // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 3. С. 25–46.
13. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: ЛЕНАНД, 2014. 560 с.
14. Guang-Ren Duan, Hai-Hua Yu. LMIs in Control Systems: Analys, Design and Application. CRC Press, 2013. 483 p.
15. Zhou K., Doyle J.C., Glover K. Robust and Optimal Control. Prentice Hall, 1996. 596 p.
16. Одноосный силовой горизонтальный гиросtabilизатор: пат. 2716599 Рос. Федерация, № 2019118392; заявл. 13.06.2019; опубл. 13.03.2020, Бюл. № 8.
17. Safonov M., Athans M. Gain and Phase Margin for Multiloop LQG Regulators // IEEE Transactions on Automatic Control. 1977. Vol. 22. Iss. 2. P. 173–179.
18. Gahinet P., Apkarian P. A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 1994. Vol. 4. Iss. 4. P. 421–448.
19. Varga A., Anderson B.D.O. Accuracy Enhancing Methods for the Frequency-Weighted Balancing Related Model Reduction // Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 4–7, 2001, Orlando, USA. Vol. 4. P. 3659–3664.
20. Liu Y., Anderson B.D.O. Singular Perturbation Approximation of Balanced Systems // International Journal of Control. 1989. Vol. 50. Iss. 4. P. 1379–1405.

Поступила в редакцию 28.02.24

После доработки 20.03.24

Принята к публикации 20.03.24

An Optimal Control Synthesis for a Gyro-Stabilized Platform Stabilization Loop

K.O. LUKIN AND S.V. KRIVOSHEEV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

The paper considers the optimal control methods of a gyro-stabilized platform stabilization loop in the presence of disturbances with the known power spectral densities or with known bounded L_x -norms. To simplify the practical implementation, the controller order is reduced. Advantages and possible shortcomings of the considered methods are discussed.

Gyro-stabilized platform, stabilization loop, optimal control, stochastic disturbances, L_∞ -norm bounded disturbances, linear matrix inequalities, controller order reduction