

Гидравлическое сопротивление в трубах с непостоянной шероховатостью

Предлагается методика теоретического расчета коэффициента гидравлического сопротивления для круглых труб с шероховатыми стенками, учитывающая переменную высоту шероховатости на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое.

И.Е. ЛОБАНОВ,

д-р техн. наук

(МАИ, Москва)

lloobbaannooff@live.ru

Шероховатость, гидравлическое сопротивление, моделирование, интенсификация, дисперсия

Актуальность исследования закономерностей течения в шероховатых трубах обусловлена их использованием в качестве одного из методов интенсификации теплообмена, а также тем, что при исследовании процессов теплообмена в теплообменных аппаратах и устройствах, применяемых в технике, необходимо знание основных закономерностей течения в шероховатых трубах при турбулентном режиме. Основные положения теоретического расчетного детерминирования коэффициента гидравлического сопротивления для круглых труб с шероховатыми стенками при постоянной высоте выступа шероховатости на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое были изложены в работе [1], поэтому рассмотрим только продолжение теории применительно к случаям отклонения высот шероховатости от среднего значения.

В условиях уменьшения числа Рейнольдса при переходе к режиму гладких труб имеет место расхождение в значениях коэффициента гидравлического сопротивления: в так называемых технически гладких трубах этот переход довольно продолжителен, а в некоторых случаях происходит на более коротком участке. Данный эффект объясняется тем, что значение коэффициента гидравлического сопротивления шероховатых труб зависит не только от величины среднего значения выступов шероховатости, но и от величины отклонения отдельных выступов шероховатости от среднего значения. Это отклонение может быть описано с помощью среднеквадратического значения отклонения высоты выступов шероховатости от среднего значения, т.е. с помощью введения дисперсии высоты выступов шероховатости $\bar{\sigma}$. Если дисперсия средних значений высот выступов шероховатости $\bar{\sigma}$ отлична от нуля, то среднюю высоту шероховатости $\bar{h}$ можно выразить следующим образом ($\bar{h}_p$ – значения относительной высоты шероховатости с плотностью распределения вероятности p ; $\text{erf}(u) = \left(2/\sqrt{\pi}\right) \int_0^u \exp(-u^2) du$):

$$\bar{h}_p = \int_{\bar{\delta}}^{\infty} p \bar{h}_p d\bar{h}_p / \int_{\bar{\delta}}^{\infty} p d\bar{h}_p. \quad (1)$$

Следовательно, для расчета средней высоты шероховатости $\bar{h}_p$, выходящей за пределы вязкого подслоя $\bar{\delta}$, необходимо знать вероятностный закон распределения высот шероховатости в трубе. Например, при нормальном законе распределения высот шероховатости трансцендентное уравнение для гидравлического сопротивления в круглой шероховатой трубе будет выглядеть следующим образом:

$$1 = \delta / (\text{Re}^3 \xi) \left(16 \xi^3 - 2 \delta \text{Re}^2 \xi + (\xi \sqrt{\xi}) / (2 \sqrt{2}) \text{Re}^3 \right) + \\ + \sqrt{\frac{\xi}{2}} \int_{\frac{\delta}{\text{Re} \sqrt{\xi}}}^1 \int_{\frac{\delta}{\text{Re} \sqrt{\xi}}}^{\bar{y}} \frac{(1 - \bar{y}) d\bar{y}}{\frac{4}{\text{Re} \sqrt{\xi}} + a \sqrt{(1 - \bar{y})(1 - k_0^2 \bar{y})} \left[\bar{y} + \bar{h} - \delta \frac{8}{\text{Re} \sqrt{\xi}} + \bar{\sigma} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp \left[-\frac{(\bar{\delta} - \bar{h})^2}{(2 \bar{\sigma}^2)} \right]}{1 - \text{erf} \left[\frac{(\bar{\delta} - \bar{h})}{(\sqrt{2} \bar{\sigma})} \right]} \right]} (1 - \bar{y}) d\bar{y}. \quad (2)$$

Для классических опытов Никурадзе характерны малые значения [2, 3] относительной дисперсии $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,2 \div 0,3$, в то время как технические трубы характеризуются довольно большой относительно дис-

персией $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$. Экспериментально установлено, что гидравлическое сопротивление в шероховатых трубах, применяемых в технике, ощутимо выше, чем в трубах с однородной шероховатостью [2, 3]. Это можно объяснить тем, что его асимптотическое значение несколько больше значения, соответствующего однородной шероховатости. Использование дисперсии обеспечивает более детальное описание статистики шероховатости, однако могут потребоваться более общие законы распределения, зависящие от многих статистических характеристик, которые следует предусмотреть при проведении экспериментов.

Рассмотрев аспекты зависимости коэффициента гидросопротивления от относительной высоты шероховатости, перейдем к анализу результатов расчета гидравлического сопротивления в шероховатых трубах, обусловленного дисперсией высот выступов шероховатости. Анализ влияния дисперсии высоты выступов шероховатости на гидравлическое сопротивление в шероховатых трубах будем проводить для наиболее типичных характеристик шероховатости и режима течения теплоносителя. Сначала проанализируем, как влияет дисперсия (точнее, относительная дисперсия) на гидравлическое сопротивление для случая более низкой ($\bar{h} = h/R_0 = 0,02$) и более высокой ($\bar{h} = 0,10$) шероховатостей при одинаковом режиме течения теплоносителя $Re = 10^5 = idem$. Пределы изменения относительной дисперсии высоты шероховатости в данном случае выбраны самые широкие: $\bar{\sigma}/\bar{h} = \bar{\sigma}/(h/R_0) = 0; 0,1 \div 1,5$. В дальнейшем минимальное значение относительной дисперсии $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ будем рассматривать как характерное [2, 3].

Были получены зависимости относительного увеличения гидравлического сопротивления $\left(\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h})} - \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)} \right) / \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)}$ шероховатых труб от величины относительной дисперсии высоты шероховатости для высокой ($\bar{h} = 0,10$) и невысокой ($\bar{h} = 0,02$) шероховатостей при одинаковых $Re = 10^5$. Анализ полученных данных показывает, что до определенного предела значений относительной дисперсии высот шероховатости значения гидравлического сопротивления практически не изменяются, а затем незначительное повышение происходит монотонным образом. Например, в случае $\bar{h} = 0,02$ увеличение гидравлического сопротивления на 1 % происходит при значении относительной дисперсии $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,415$, а для случая $\bar{h} = 0,10$ – при $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,502$. Дальнейшее увеличение высоты шероховатости не приводит к существенному изменению уровня относительной дисперсии: при $\bar{h} = 0,2$ она составляет $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,524$. Таким образом, при высокой шероховатости влияние дисперсии на гидросопротивление меньше, чем при низкой.

Дисперсия будет влиять на гидравлическое сопротивление следующим образом: чем больше число Рейнольдса, тем меньше будет влияние дисперсии на гидравлическое сопротивление в шероховатых трубах. Например, в случае $\bar{h} = 0,02$ однопроцентное увеличение гидросопротивления достигается для $Re = 5 \cdot 10^4$ при $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,31$, а для $Re = 10^6$ – при $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,506$.

Приведенный анализ показывает, что для шероховатых труб примененными методами [2, 3] можно добиться снижения уровня дисперсии высоты шероховатости, когда шероховатость оказывает довольно незначительное влияние на гидравлическое сопротивление. Для технических шероховатых труб, где относительная дисперсия несколько выше, ее влияние на гидравлическое сопротивление уже ощутимо. При наибольшем значении ($\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,524$ [2, 3]) относительной дисперсии высот шероховатости коэффициент гидравлического сопротивления увеличивается: для указанных условий $Re = 10^5$ несколько больше 20 % (для $\bar{h} = 0,02$) и немногим более 16 % (для $\bar{h} = 0,1$).

Далее проанализируем влияние дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление шероховатых труб в зависимости от геометрических и режимных параметров. Сначала проанализируем влияние числа Рейнольдса для технических шероховатых труб с $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$ на коэффициент гидравлического сопротивления шероховатых труб с незначительной шероховатостью.

Было получено характерное относительное изменение гидравлического сопротивления $\left(\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=1,5)} - \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)} \right) / \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)}$ технических шероховатых труб с наибольшей относительной дисперсией $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$ в зависимости от $Re = 5 \cdot 10^4 \div 10^5$ как для случая высокой, так и низкой шероховатости. При уменьшении числа Рейнольдса влияние дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление

ние увеличивается тем сильнее, чем меньше относительная высота шероховатости и меньше значение числа Рейнольдса.

Проанализируем, как влияет дисперсия высоты шероховатости на гидравлическое сопротивление шероховатых труб для тех параметров, для которых уже был проведен аналогичный анализ, но без влияния дисперсии высот шероховатости ($\bar{\sigma}/\bar{h} = 0$), т.е. для расчетных данных по гидравлическому сопротивлению в шероховатых трубах [1]. Следует проанализировать данные по коэффициенту гидравлического сопротивления ξ и его относительному увеличению $\left(\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h})} - \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)} \right) / \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)}$ в круглых шероховатых трубах, рассчитанному из решения трансцендентного уравнения (2) для относительных высот турбулизаторов $h/R_0 = 1/70$ и $1/50$ при их относительной дисперсии $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ (искусственная шероховатость) и $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$ (технически шероховатые трубы). Результаты расчетов показывают, что влияние дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление для труб с искусственной шероховатостью в рассматриваемом диапазоне небольшой шероховатости относительно невелико и составляет менее 6 % даже при небольших числах Рейнольдса. Для технически шероховатых труб влияние дисперсии на небольших числах Рейнольдса уже ощутимо: увеличение коэффициента гидравлического сопротивления составляет примерно от четверти до трети. При увеличении высоты шероховатости влияние дисперсии меньше и составляет при $h/R_0 = 1/50$ менее 2 %. С увеличением числа Рейнольдса влияние дисперсии снижается и при $Re = 10^7$ составляет примерно 17 % для технических шероховатых труб, а для искусственной шероховатости оно становится ничтожно малым.

Далее проведем анализ влияния дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление шероховатых труб для более широкого диапазона относительных высот шероховатости $h/R_0 = 1,97 \cdot 10^{-3} \div 6,67 \cdot 10^{-2}$ и режима течения теплоносителя $Re = 10^4 \div 10^6$. Были получены данные по гидравлическому сопротивлению шероховатых труб в зависимости от относительной дисперсии (как для искусственной шероховатости, так и для технических шероховатых труб) высот шероховатости для широкого диапазона относительных высот шероховатости ($h/R_0 = 1,97 \cdot 10^{-3} \div 6,67 \cdot 10^{-2}$) и режимов течения теплоносителя $Re = 10^4 \div 10^6$ в виде относительного увеличения коэффициента гидравлического сопротивления $\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h})} = \left(\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h})} - \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)} \right) / \xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h}=0)}$, рассчитанного из решения трансцендентного уравнения (2) при относительной дисперсии высот шероховатости $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ (искусственная шероховатость) и $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$ (технически шероховатые трубы).

Дисперсия ощутимо влияет на гидравлическое сопротивление для труб с искусственной шероховатостью и малой относительной дисперсией только при малых относительных высотах шероховатости $h/R_0 \approx 1/500 \div 1/250$ или при небольших числах Рейнольдса. При увеличении относительной высоты шероховатости и числа Рейнольдса это влияние невелико, при больших числах Рейнольдса – мало практически для всех рассматриваемых относительных высот шероховатости. При небольших числах Рейнольдса влияние дисперсии на гидросопротивление оказывается значительным (примерно от четверти до трети) даже при довольно больших относительных высотах шероховатости – $h/R_0 \approx 1/30 \div 1/15$. Влияние дисперсии на гидросопротивление при прочих равных условиях слабее зависит от числа Рейнольдса для более значительных относительных высот турбулизаторов. Для технических шероховатых труб влияние дисперсии не удается элиминировать даже при высоких числах Рейнольдса и больших высотах шероховатости (при $Re = 10^6$ оно составляет приблизительно 17–18 %). Следовательно, влияние относительной дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление шероховатых труб гораздо меньше для более значительных значений относительных высот шероховатости, что обуславливает их преимущественное применение.

Далее проанализируем расчетные данные по влиянию дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление в шероховатых трубах для очень больших значений относительных высот шероховатости $h/R_0 = 0,15 \div 0,3$. В случае искусственной шероховатости $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ влияние дисперсии практически не сказывается на коэффициенте гидравлического сопротивления шероховатых труб для всех чисел Рейнольдса. При относительной высоте шероховатости $h/R_0 = 0,15$ и в случае технических шероховатых труб с относительной дисперсией $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$ влияние дисперсии на гидравлическое сопротивление со-

ставляет примерно 17–15 % для $Re = 10^4 \div 10^6$. При большей относительной высоте шероховатости $h/R_0 = 0,3$ и том же значении относительной дисперсии высот шероховатости увеличение гидравлического сопротивления шероховатых труб составит примерно 12 %. Следовательно, с увеличением высоты очень большой шероховатости происходит незначительное уменьшение влияния дисперсии высоты на гидравлическое сопротивление, влияние же числа Рейнольдса на гидросопротивление при прочих равных условиях уменьшается с увеличением высоты шероховатости.

В последнюю очередь необходимо проанализировать расчетные данные по влиянию дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление в шероховатых трубах для значений относительных высот шероховатости h/R_0 , характерных для труб с турбулизаторами. Были получены расчетные значения относительного увеличения коэффициента гидравлического сопротивления $\xi|_{(\bar{\sigma}/\bar{h})}$ в шероховатых трубах

для условий, характерных для труб с турбулизаторами ($h/R_0 = 0,01 \div 0,13$; $t/D = 0,25 \div 1$; $Re = 10^4 \div 2 \cdot 10^5$), в результате влияния относительной дисперсии высот шероховатости $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ и $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$.

При малой дисперсии высот шероховатости, соответствующей искусственной шероховатости, ее влияние на гидравлическое сопротивление ощутимо только при малых относительных высотах и небольших числах Рейнольдса. При малой относительной высоте шероховатости $h/R_0 = 1/100$ влияние дисперсии, характерной для технических шероховатых труб, на коэффициент гидравлического сопротивления при малых числах Рейнольдса ($Re = 4 \cdot 10^4$) может быть довольно значительным – более 40 %; при увеличении числа Рейнольдса до $Re = 2 \cdot 10^5$ эта величина уменьшается более чем в два раза и достигает 20 %. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса значение коэффициента гидравлического сопротивления снижается незначительно и составляет 17 % для $Re = 10^6$ и 16 % для $Re = 10^9$. При средней относительной высоте шероховатости $h/R_0 = 1/20$ влияние дисперсии на гидросопротивление уже существенно меньше, чем в случае $h/R_0 = 1/100$: при $Re = 10^4$ практически 30 %. При увеличении числа Рейнольдса дисперсия влияет в меньшей степени, при $Re = 10^5$ составляя уже примерно 18 %, после чего уменьшается немногим более чем на 1 % вплоть до $Re = 10^9$. При большой относительной высоте шероховатости $h/R_0 = 1/10$ увеличение коэффициента гидравлического сопротивления вследствие дисперсии высот шероховатости, характерной для технических шероховатых труб, составляет уже практически 20 % при $Re = 10^4$, после чего оно снижается и достигает 17 % при $Re = 4 \cdot 10^4$, а при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса оно снижается вплоть до $Re = 10^9$ немногим более чем на 1 %. При очень больших относительных высотах шероховатости ($h/R_0 \approx 1/9 \div 1/7,5$) увеличение коэффициента гидравлического сопротивления за счет дисперсий высот шероховатости, характерных для технической шероховатости, составляет величины, мало отличающиеся от аналогичных значений для больших высот шероховатости ($h/R_0 = 1/10$): увеличение составляет примерно 18–20 % для низких чисел Рейнольдса ($Re = 10^4$) и до 16 % для $h/R_0 = 0,11$ и 15 % для $h/R_0 = 0,13$ при высоких числах Рейнольдса ($Re = 10^9$).

На основе представленных данных можно сделать вывод о том, что влияние дисперсии высот шероховатости на коэффициент гидравлического сопротивления для шероховатых труб с высотой, характерной для труб с турбулизаторами ($h/R_0 = 0,01 \div 0,13$), ощутимо только для высокой относительной дисперсии, свойственной техническим шероховатым трубам. Количественные значения увеличения коэффициента гидравлического сопротивления располагаются в диапазоне, рассмотренном ранее для малых, средних и очень высоких относительных высот шероховатости.

Полученные расчетные данные представляют интерес с точки зрения их сравнения с аналогичными данными, полученными по формуле Колбрука. Сравнение данных по гидравлическому сопротивлению для шероховатых труб в зависимости от дисперсии высот шероховатости с данными для тех же высот шероховатости, полученными по формуле Колбрука [1], показывает, что только для очень малых высот шероховатости ($h/R_0 = 0,01$) данные Колбрука находятся ближе к теоретическим значениям с минимальной дисперсией $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$, а при $Re \geq 4 \cdot 10^5$ они становятся даже несколько меньше теоретических. При высотах шероховатости $h/R_0 = 0,05$ и $h/R_0 = 0,10$ значения гидравлического сопротивления по Колбруку находятся в середине значений, полученных для $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$ и $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$. Для шероховатых труб с $h/R_0 = 0,05$ значения по Колбруку находятся ближе к теоретическим значениям с $\bar{\sigma}/\bar{h} = 0,3$, а для труб с $h/R_0 = 0,10$ – ближе к $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$; при увеличении числа Рейнольдса эти тенденции усиливаются.

При еще большем увеличении высоты шероховатости ($h/R_0 = 0,11 \div 0,12$) значения по формуле Колбрука в еще большей степени приближаются к теоретическим значениям с $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$, особенно при увеличении числа Рейнольдса. При самых больших рассматриваемых значениях высот шероховатости $h/R_0 = 0,13$ значения, полученные по формуле Колбрука, становятся для небольших чисел Рейнольдса еще ближе к теоретическим с $\bar{\sigma}/\bar{h} = 1,5$, а начиная с $Re \geq 4 \cdot 10^5$ – несколько выше теоретических. Следовательно, данные по гидравлическому сопротивлению для шероховатых труб с дисперсией высот шероховатости с полным основанием могут быть признаны расширением области применения формулы Колбрука.

Таким образом, предложена теория расчета коэффициента гидравлического сопротивления для круглых труб с шероховатыми стенками непостоянной высоты на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое, имеющая преимущества перед существующими теориями.

Введение в теорию понятия дисперсии высот шероховатости обеспечило более детальное описание процессов течения и теплообмена в трубах с нерегулярной шероховатостью. Анализ результатов расчета показал, что для шероховатых труб можно добиться существующими методами снижения уровня дисперсии высоты шероховатости для того, чтобы она оказывала довольно незначительное влияние на их гидравлическое сопротивление.

Влияние относительной дисперсии высот шероховатости на гидравлическое сопротивление шероховатых труб гораздо меньше для более высоких значений относительных высот шероховатости, что обуславливает их преимущество в применении. При очень большой шероховатости с увеличением ее высоты происходит незначительное снижение влияния ее дисперсии на гидравлическое сопротивление. Влияние числа Рейнольдса на гидросопротивление при прочих равных условиях снижается с увеличением высоты шероховатости.

Малая дисперсия высот шероховатости, соответствующая искусственной шероховатости, ощутимо влияет на гидросопротивление только при малых относительных высотах и небольших числах Рейнольдса. Влияние дисперсии высот шероховатости на коэффициент гидравлического сопротивления для шероховатых труб с высотой, характерной для труб с турбулизаторами, заметно, как правило, для высокой относительной дисперсии.

Полученные данные по гидравлическому сопротивлению для шероховатых труб с дисперсией высот шероховатости могут рассматриваться как теоретическое расширение формулы Колбрука и имеют бесспорные преимущества. Полученные результаты расчета коэффициента гидравлического сопротивления для круглых труб с шероховатыми стенками непостоянной высоты на основе принципа суперпозиции полной вязкости следует использовать в трубах теплообменных аппаратов и устройств, используемых в авиационной и ракетно-космической технике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лобанов И.Е. Теория гидравлического сопротивления в прямых круглых трубах с шероховатыми стенками // Отраслевые аспекты технических наук. 2012. № 4. С. 4–13.
2. Миллиончиков М.Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М.: Наука, 1969. 52 с.
3. Ибрагимов М.Х. и др. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.

Поступила в редакцию 19.03.13

Hydraulic Resistance in a Tube with the Non-Permanent Roughness

I.E. LOBANOV

A technique for theoretical calculation of the coefficient of hydraulic resistance for round tubes with rough walls is proposed that takes into account the variable height of the roughness based on the superposition principle of complete viscosity in a turbulent boundary layer.

Roughness, hydraulic resistance, modeling, intensification, variance