

К задаче оценки угла атаки летательного аппарата алгоритмом фильтра Калмана

А.А. ГОЛОВАН,

д-р физ.-мат. наук
(МГУ, Москва).

А.В. ШАРОНОВ,

д-р техн. наук
(МАИ, Москва)
aagolovan@yandex.ru

Рассматривается задача оценки угла атаки летательного аппарата только по показаниям акселерометров, жестко закрепленных на его корпусе, как задача «реализации», в которой неизвестна структура и порядок линеаризованной модели задачи оценки. Анализируется возможность решения данной задачи.

Угол атаки, матрица Ганкеля, алгоритм Хо – Калмана

Угол атаки α является важным параметром задач навигации и управления летательных аппаратов (ЛА). Для его определения могут быть использованы различные датчики [1, 2], в случае информационного подхода применяются косвенные измерения. Например, такие измерения могут доставляться блоком акселерометров, жестко закрепленных на корпусе ЛА. В работе [3] предлагается с их помощью измерять продольную, нормальную и боковую перегрузки с последующим учетом аэродинамических характеристик ЛА. Зависимость этих характеристик от углов атаки α и скольжения β позволяет с определенной точностью решить задачу оценки угла атаки [3].

Другой подход состоит в постановке и решении задачи оценивания угла атаки α по измерениям акселерометров без привлечения какой-либо иной информации.

На начальном этапе исследования, перед применением формальных методов оценивания, анализируются характеристики математической модели, такие, как возможный порядок дифференциальных уравнений, описывающих модель; возможность описания модели на основе линейных представлений; возможность использования стационарных моделей.

Известно [4], что математическая модель, описывающая поведение угла атаки, многопараметрична и существенно нелинейна. Попытки упрощения такой математической модели, например, с помощью методов малого параметра [5] показывают, что упрощенная модель также остается многопараметричной и нелинейной. По-видимому, единственным подходом к упрощению модели поведения угла атаки α может быть подход, основанный на пренебрежении углом скольжения β , его производной $\dot{\beta}$ в уравнениях динамики полета.

Поскольку реализация нелинейных, многопараметричных моделей в алгоритмах обработки информации затруднительна, то естественен поиск простых, линеаризованных моделей задачи. Возникает противоречивая ситуация. С одной стороны, конструктивные алгоритмы обработки информации разработаны для линейных, и прежде всего стационарных, задач с априори известным порядком модели. С другой стороны, в рассматриваемой задаче оценки угла атаки не только не известна структура линейной модели, но и отсутствует информация о ее порядке.

Предлагается проанализировать возможности подхода, основанного на алгоритме решения задачи реализации, когда задача оценки угла атаки разбивается на две подзадачи: задачу определения структуры, порядка математической модели (задачу структурной идентификации) и задачу оптимального оценивания.

Для первой подзадачи предлагается использовать алгоритм Хо – Калмана [6–9] для линейной стационарной системы с m входами и l выходами

$$x_{j+1} = Ax_j + Bu_j; \quad y = Cx_j; \quad u \in \mathbb{R}^m; \quad y \in \mathbb{R}^l; \quad x_0 = 0; \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Последовательности m импульсных воздействий

$$u_l^{(i)} = \begin{cases} e_j; & e_j = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0)^T \text{ при } j = 0; \\ 0 & \text{при } j > 0 \end{cases} \quad (2)$$

соответствуют выходы системы $y_j^{(i)}$, $i = 1, m$, $j = 0, 1, 2, \dots$, образующие матрицу S_j ($l \times m$) импульсной реакции системы (1) $S_j = (y_j^{(1)}, y_j^{(2)}, \dots, y_j^{(m)})$.

Задача идентификации сводится к определению матриц A, B, C системы (1) по импульсной реакции $\{S_j\}_{j=1}^{\infty}$ при неизвестной ее размерности, определяемой в процессе решения. Для ее решения применяется алгоритм Хо – Калмана:

1. Построение матрицы Ганкеля H_r по последовательности $\{S_j\}_{j=1}^{\infty}$:

$$H_r = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_r \\ S_2 & S_3 & \cdots & S_{r+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_r & S_{r+2} & \cdots & S_{2r-1} \end{bmatrix}; \quad H_r^{(1)} = \begin{bmatrix} S_2 & S_3 & \cdots & S_{r+1} \\ S_3 & S_4 & \cdots & S_{r+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{r+1} & S_{r+2} & \cdots & S_{2r} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Порядок r матрицы Ганкеля (r – размер выборки) определяется так, чтобы он превосходил предполагаемый минимальный порядок системы (порядок минимальной реализации последовательности $\{S_j\}_{j=1}^{\infty}$).

2. Осуществление сингулярного разложения матрицы H_r

$$H_r = U \Lambda V^T, \quad (4)$$

где $U - (lr \times lr)$, $V - (mr \times mr)$ – ортогональные матрицы; $\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - (lr \times mr)$ – квазидиагональная матрица, $\Lambda_1 = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, $\lambda_i > 0$ – сингулярные числа матрицы H_r , 0 – нулевые матрицы соответствующей размерности.

Число ненулевых значений λ_i сингулярных чисел определяет порядок минимальной реализации модели (1), который и будет равен n .

3. Вычисление матриц A, B, C модели (1)

$$A = l.u. \left[U^T H_r^{(1)} V \right]_{n \times n} \Lambda_1^{-1}; \quad B = l.u. \left[U^T H_r^{(1)} V \right]_{n \times m}; \quad C = l.u. \left[H_r^{(1)} V \right]_{l \times n} \Lambda_1^{-1}. \quad (5)$$

Запись $l.u. [M]_{i \times j}$ обозначает верхний левый блок порядка $(i \times j)$ матрицы M .

Следствие. Для наблюдаемой линейной модели с l выходами

$$x_{j+1} = Ax_j, \quad y_j = Cx_j, \quad y_j \in \mathbb{R}^l, \quad (6)$$

находящейся в момент времени t_0 , в отличие от системы (1), в возбужденном состоянии ($x_0 \neq 0$), описанная задача реализации состоит в определении параметров матриц A, C системы (6) и вектора начальных условий x_0 , который играет роль матрицы управления $B(n \times 1)$: $B = l.u. \left[U^T H_r^{(1)} V \right]_{n \times 1}$.

В представленном алгоритме использовались выходы y_j систем (1), (6) без ошибок измерений. Наличие малых ошибок измерений в выходах y_j приводит к тому, что при формальном применении алгоритма Хо – Калмана матрица Λ в сингулярном разложении (5) может иметь следующую структуру ($lr > mr$):

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_I & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon \Lambda_{II} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где Λ_I , Λ_{II} – диагональные матрицы; ε – малый параметр.

При $\varepsilon = 0$ модель редуцируется к структуре (5) и соотношению (6).

Анализ результатов численных экспериментов по исследованию линейных стационарных (квазистационарных) систем часто показывает, что вид (7) матрицы Λ достаточно типичен, что позволяет осуществить редукцию по малому параметру ε и по размерности $\Lambda_I (n \times n)$ задать такой же порядок реализации.

Численные эксперименты также указывают на регулярную зависимость свойств модели от малого параметра ε : учет малых $\lambda_i \sim \varepsilon$ сингулярных чисел в алгоритме (с соответствующим повышением по-

рядка реализации) приводит к малым возмущениям в восстанавливаемой последовательности $\{S_j\}_{j=1}^{\infty}$.

Напротив, плавное изменение значений сингулярных чисел свидетельствует о необходимости проверки гипотезы линейности и стационарности анализируемой системы.

Будем предполагать, что задача оценки угла атаки ставится в классе линейных стационарных систем, порядок модели которых неизвестен:

$$x_{j+1} = Ax_j, \quad y_j = Cx_j = \left(f_x(t_j) f_y(t_j) \alpha(t_j) \right)^T, \quad (8)$$

где f_x, f_y – показания акселерометров, оси чувствительности которых направлены вдоль продольной и вертикальной осей связанной с корпусом ЛА системы координат; α – вычисленные навигационным комплексом ЛА значения угла атаки.

Требуется определить матрицы A, C системы (8), ее порядок n и вектор x_0 . Далее значение угла атаки α вдоль программной траектории ЛА определяется следующим образом: $\alpha(t_j) = c_3^T x_j$, где c_3^T – последняя строка матрицы C .

Рассмотрим задачу оценивания

$$x_{j+1} = Ax_j, \quad z_j = H_j x_j + r_j, \quad (9)$$

где A, H определялись ранее алгоритмом Хо – Калмана (H – первые две строки идентифицированной матрицы C); $z_j = (z_{1j}, z_{2j})^T$ – показания f_x, f_y акселерометров; r_j – ошибки измерения (инструментальные погрешности) акселерометров.

Пусть $\tilde{x}_j$ – оценка вектора состояния x_j , доставляемая соответствующим фильтром Калмана для задачи (9). Тогда $\tilde{\alpha}(t_j) = c_3^T \tilde{x}_j$.

Исследование задачи оценки угла атаки даже на одной характерной траектории ЛА позволяет оценить минимально необходимый порядок линейной модели. Соответственно попытка решения задачи в рамках линейных представлений любым алгоритмом меньшего порядка будет обречена на неудачу.

Значения f_x, f_y угла атаки α в задаче (9) определялись в конкретном полете ЛА. Они были получены с аэрогравиметрического навигационного комплекса GT-2A [10], включающего платформенную инерциальную навигационную систему (ИНС) и дифференциальную спутниковую навигационную систему (СНС). ИНС предоставляла информацию о значениях углов истинного курса ψ , крена γ и тангажа Θ .

Географические координаты φ (широта), λ (долгота), h (высота), компоненты V_E (восточная), V_N (северная), V_{UP} (вертикальная) вектора скорости определялись дифференциальными фазовыми решениями СНС. При помощи этих данных по известным соотношениям определялись значения путевого угла ψ_c и угла наклона траектории θ_c . Далее на основе значений углов истинного курса ψ , крена γ , тангажа Θ , углов ψ_c , θ_c определялись значения углов атаки α , скольжения β , скоростного крена γ_c [4]. Для последующего анализа выбирались участки траектории, на которых углы истинного курса ψ и путевого угла ψ_c не имели относительных смещений, когда значения угла скольжения β были малыми (порядка 1°).

На рис. 1 приведен график угла атаки α , град, и графики показаний акселерометров, м/с/с, на одном из прямолинейных участков полета.

Показания акселерометров предоставлялись ИНС. Варьировалась длина r выборки измерений: числа столбцов матрицы Ганкеля H_r (3) принимались равными 21, 41, 61 при длине обучающегося интервала t выборки 21, 41, 61 с.

На рис. 2 приведен типовой график значений сингулярных чисел λ_i в зависимости от длины t интервала выборки.

Плавный характер изменения значений сингулярных чисел указывает на критичность гипотезы о стационарности модели и несостоятельности гипотезы об относительно малом порядке линейной модели. Относительно малые значения сингулярных чисел возникают при $N > 10$. Это означает, что разумный выбираемый порядок линейной модели не может быть меньше 10. Анализ результатов моделирования показал неудовлетворительную точность аппроксимации угла атаки даже при использовании идеальной измерительной информации.

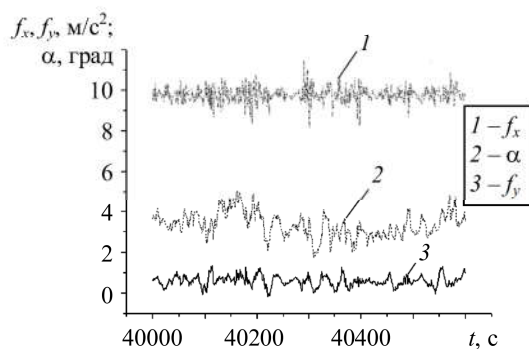


Рис. 1

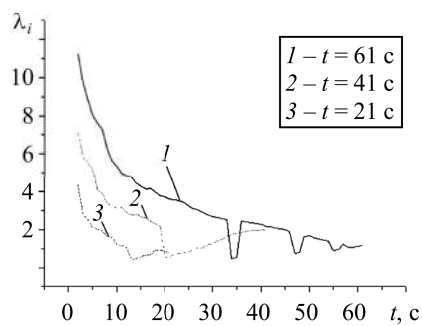


Рис. 2

Таким образом, сделана попытка применения формального алгоритма структурной идентификации Хо – Калмана в задаче оценивания угла атаки только по показаниям акселерометров, установленных на корпусе ЛА. Было осуществлено моделирование задачи с привлечением телеметрических данных конкретного полета ЛА. Показано, что гипотеза о линейности и стационарности модели задачи оценивания угла атаки по показаниям только акселерометров несостоятельна даже при выборе значительного порядка вектора состояния математической модели. Привлечение дополнительной измерительной информации от других самолетных систем, возможно, позволит получить удовлетворительные результаты решения задачи, что может составить предмет отдельного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганеев Ф.А. Синтез структуры и алгоритм преобразования времяпролетного ионно-меточного датчика воздушной скорости и угла атаки самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 53–56.
2. Ганеев Ф.А., Солдаткин В.М. Оптимизация электродной системы времяпролетного ионно-меточного датчика воздушной скорости и угла атаки самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2011. № 1. С. 51–54.
3. Максимов А.К. Косвенный метод определения аэродинамических углов: угла атаки и угла скольжения // Тр. МАИ. 2015. № 84. С. 1–23.
4. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1965. 467 с.
5. Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И. Задача коррекции в инерциальной навигации. М.: МГУ, 1982. 174 с.
6. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Едиториал УРСС, 2010. 400 с.
7. Пушков С.Г., Горелик А.А. Использование методов интервального анализа для вычисления размерности конечномерной реализации линейной динамической системы // Вестник ОГУ. 2010. № 9 (115). С. 59–64.
8. Ho B.L., Kalman R.E. Effective Construction of Linear State-Variable Models from Input-Output Functions // Regelungstechnik. 1966. Vol. 14. № 12. P. 545–548.
9. De Schutter B. Minimal State-Space Realization in Linear System Theory: An Overview // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2000. Vol. 121. P. 331–354.
10. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли // Под ред. В.Г. Пешехонова. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.

Поступила в редакцию 7.03.18

To the Problem of Estimating the Angle of Attack of an Aircraft by the Kalman Filter

A.A. GOLOVAN AND A.V. SHARONOV

The paper considers the problem of estimating the angle of attack of an aircraft only by indications of accelerometers that are rigidly set on its fuselage. This task is posed as a task of “realization”, when the structure and the order of linearized model of the estimation problem is unknown. The possibility of solving this problem is analyzed.

Angle of attack, Hankel matrix, Ho–Kalman algorithm