

## Исследование автокорреляционных функций сигналов, отраженных от вращающихся структур

*Рассмотрены вопросы исследования автокорреляционных функций радиосигналов, отраженных от вращающихся лопастей вентилятора. Приводится краткий обзор методов, традиционно применяемых для выделения сигналов, обусловленных пропеллерной модуляцией. Получена общая аналитическая формула для автокорреляционной функции сигнала с квазипериодической спектральной плотностью. Приведены результаты моделирования сигналов, отраженных от вращающегося вентилятора.*

**Д.А. ЯСЕНЦЕВ,**  
д-р техн. наук,  
**БУИ ЧОНГ НГИА,**  
аспирант  
(МАИ, Москва)  
yasentsev@yandex.ru

**Пропеллерная модуляция, вращающиеся части, оценка параметров сигналов, автокорреляционная функция**

Вращающиеся механизмы и детали машин широко используются в различных областях техники. При этом достаточно часто возникает необходимость технического контроля параметров вращения составных частей механизмов, что не всегда возможно реализовать за счет контактных способов измерений. Во многих случаях оценку параметров вращения и параметров самих вращающихся составных частей механизмов требуется оценивать дистанционно [1–4].

Подобные задачи дистанционного контроля решаются посредством применения активных локационных систем различной физической природы – акустических (ультразвуковых), оптических, лазерных, радиолокационных. Принцип действия таких систем основан на эффекте вторичной модуляции: при отражении волн от движущегося объекта его движение вызывает модуляцию отраженной (рассеянной) волны. Наличие возможности оценки различия между параметрами излученной и принятой волн позволяет определить параметры модуляции отраженной волны, а следовательно, и параметры движения облучаемого объекта. Простейшим примером такой вторичной модуляции является эффект Доплера, приводящий к линейному сдвигу частоты отраженной волны при ее рассеянии на объекте, который удаляется или приближается к приемопередатчику зондирующего сигнала.

Специфическим физическим модуляционным эффектом, возникающим при рассеянии падающих волн вращающимися объектами, является эффект пропеллерной модуляции [5, 6]. Суть данного эффекта заключается в возникновении в зондирующем сигнале, отраженном от вращающегося объекта, нелинейной модуляции, приводящей к появлению дополнительных спектральных составляющих, частоты которых кратны частоте вращения облучаемого объекта.

Эффект пропеллерной модуляции экспериментально был открыт в 1930-х гг. XX века при облучении винтовых самолетов [5]. Лопастей винтов создавали эффект вторичной пропеллерной модуляции, который использовался для распознавания типов летательных аппаратов по характерным признакам гармонических составляющих, возникающих вследствие пропеллерной модуляции. Аналогичные явления возникают и при облучении лопастей вертолетов, лопаток турбин двигателей летательных аппаратов и т. д. [5].

Развитие современных радиолокационных технологий связано с необходимостью повышения точности и надежности оценки параметров объектов со сложной кинематикой – вращающихся структур. Эффект пропеллерной модуляции, возникающий при отражении радиосигналов от таких структур, предоставляет уникальные возможности для их изучения, поскольку позволяет извлекать информацию о параметрах вращения, числе и геометрии лопастей, а также ракурсе наблюдения.

Развитие систем объективного технического контроля различных устройств обеспечивает не только оценку их текущего состояния, но и возможность прогнозирования динамики его изменения. Это, в свою очередь, создает условия для своевременной диагностики отклонения параметров работы системы от заданных нормативов и принятия корректирующих мер до возникновения аварийных или нештатных ситуаций.

Актуальность исследования обусловлена растущей потребностью в новых методах оценки параметров, обеспечивающих высокую точность анализа радиосигналов в условиях ограниченной априорной информации.

Для выделения в отраженном от облучаемого объекта сигнале гармонических составляющих, возникающих вследствие эффекта пропеллерной модуляции и несущих информацию о характеристиках вращающихся частей объекта, можно использовать различные подходы.

Быстрое преобразование Фурье преобразует сигналы во временной области в частотную область, позволяя идентифицировать частотные составляющие, связанные с движением вращающихся объектов. Математическое представление дискретного преобразования Фурье, которое вычисляет быстрое преобразование Фурье, можно представить как

$$\dot{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

где  $N$  – количество отчетов;  $x[n]$  – дискретные отсчеты входного сигнала;  $\dot{X}[k]$  – спектральные составляющие входного сигнала. Величины  $\dot{X}[k]$ , описывающие спектральную плотность сигнала  $x[n]$ , в общем случае являются комплексными величинами. Для оценки амплитудного спектра необходимо рассчитать модули всех комплексных отсчетов  $\dot{X}[k]$ .

Данный метод наиболее часто применяется для анализа сигналов с целью выявления гармонических составляющих, обусловленных пропеллерной модуляцией отраженного сигнала [5, 6].

Основная особенность кратковременного преобразования Фурье заключается в разделении сигнала на сегменты с использованием оконной функции, после чего к каждому сегменту применяется быстрое преобразование Фурье. Математически кратковременное преобразование Фурье сигнала  $x(t)$  может быть записано как

$$X(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \omega(t - \tau) e^{-j2\pi f t} d\tau, \quad (2)$$

где  $x(t)$  – временной сигнал;  $\omega(t - \tau)$  – оконная функция для выделения сегментов;  $X(\tau, f)$  – результат преобразования, представляющий собой функцию времени и частоты.

Кратковременное преобразование Фурье является эффективным инструментом для анализа радиосигналов, отраженных от вращающихся структур. Его способность к одновременному анализу во временной и частотной областях делает данный метод особенно полезным для определения динамического поведения вращающихся частей цели – лопастей несущего винта беспилотного летательного аппарата или турбины реактивного двигателя [7, 8]. Метод часто используется для оценки нестационарных сигналов.

Вейвлет-преобразование используется для анализа нестационарных сигналов и обеспечивает многомасштабное представление данных. Метод позволяет одновременно изучать временные и частотные характеристики. В отличие от спектрального анализа, вейвлеты обладают способностью адаптироваться к локальным особенностям сигнала. Такая адаптивность целесообразна для анализа эффекта пропеллерной модуляции, где частотный состав может быстро меняться с течением времени [9–12].

Непрерывное вейвлет-преобразование сигнала  $x(t)$  определяется по соотношению

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) \frac{dt}{\sqrt{a}}, \quad (3)$$

где  $C(a, b)$  – коэффициент непрерывного вейвлет-преобразования при масштабе  $a$  и смещении  $b$ ;  $x(t)$  – входной сигнал;  $\psi^*(t)$  – комплексно-сопряженная материнская вейвлет-функция;  $a$  – масштабный параметр (управляет частотным содержанием,  $|a| < 1$  соответствует высоким частотам,  $|a| > 1$  – низким);  $b$  – параметр смещения (определяет временное положение окна вейвлета).

Преобразование (распределение) Вигнера – Вилли – это метод квадратичного частотно-временного анализа, отличающийся от кратковременного преобразования Фурье отсутствием необходимости выбора оконной функции. Метод имеет ряд ценных свойств, включая корректное выполнение граничных условий, определение средней мгновенной частоты и групповой задержки. Математическая формула преобразования Вигнера – Вилли непрерывного сигнала  $x(t)$ :

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (4)$$

где  $\tau$  – параметр временной задержки.

Преобразование Вигнера – Вилли дает возможность обнаруживать сложные частотные деформации спектральной структуры сигнала, возникающие из-за эффекта пропеллерной модуляции [13–15].

На основе приведенного краткого анализа методов выделения гармонических составляющих, обусловленных эффектом пропеллерной модуляции, можно сделать основные выводы. Непараметрические методы, основанные на преобразовании Фурье, позволяют решать данную задачу с небольшими вычислительными затратами, однако в некоторых случаях требуется их адаптация к условиям наблюдения. Параметрические методы оценивания более требовательны к затрачиваемым вычислительным ресурсам, но позволяют более точно осуществлять оценку параметров отраженных сигналов. Более подробный анализ указанных методов оценки параметров сигналов, отраженных от вращающихся структур, приведен в работе [16].

Сигнал, отраженный от регулярно вращающегося ротора, может быть представлен в виде [5]

$$y(t) = \sum_n A_n \cos(n\Omega_R t + \varphi_n), \quad t \in [0, T_H], \quad (5)$$

где  $A_n$  – случайная амплитуда  $n$ -й гармонической составляющей отраженного сигнала, которая определяется формой лопасти, ракурсом наблюдения и другими факторами;  $\Omega_R$  – циклическая (круговая) частота вращения ротора;  $\varphi_n$  – случайная начальная фаза  $n$ -й гармонической составляющей отраженного сигнала;  $T_H$  – длительность наблюдаемой реализации сигнала.

Необходимо рассмотреть влияние параметров вращающегося объекта (частоты вращения, его геометрических размеров и формы) на вид автокорреляционной функции отраженного сигнала, представленного моделью [5].

Цель работы – исследование влияния параметров вращающейся структуры на автокорреляционную функцию радиосигнала, отраженного от нее.

Эффективным методом исследования особенностей огибающей сигнала во временной области является корреляционный анализ. Из статистической теории радиотехники известно [17], что автокорреляционная функция реализации процесса  $y(t)$  связана с его энергетической спектральной плотностью  $E_y(f)$  через прямое преобразование Фурье:

$$R_a(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) y^*(t - \tau) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_y(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (6)$$

Данное равенство в статистической теории радиотехники получило название «теорема Винера – Хинчина» [17].

Рассмотрим далее возможности автокорреляционного анализа радиосигналов, отраженных от вращающихся лопастей вентилятора при облучении вдоль оси вращения.

В общем случае число гармонических составляющих отраженного сигнала бесконечно велико. Однако по мере увеличения номера гармонической составляющей ее амплитуда уменьшается. Обозначим через  $N$  количество гармонических составляющих спектра отраженного сигнала, содержащих основную энергию сигнала. Тогда выражение (5) можно переписать:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(n\Omega_R t + \varphi_n), \quad t \in [0, T_H]. \quad (7)$$

С учетом выражения (7) автокорреляционную функцию сигнала (5), отраженного от вращающегося ротора, можно определить как

$$R_a(\tau) = \int_0^{T_H} \left( \sum_{n=1}^N A_n \cos(n\Omega_R t + \varphi_n) \sum_{m=1}^N A_m \cos(m\Omega_R t + \varphi_m) \right) dt. \quad (8)$$

Выражение (8) можно упростить, пользуясь следующими физическими и математическими соображениями. Гармонические функции кратных аргументов, входящие в состав выражения (8), являются взаимно ортогональными функциями. Данное утверждение можно подтвердить, исходя из теории интегрального преобразования Фурье, поскольку известно [18–20], что

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(m\Omega t) \cos(n\Omega t) dt = 0, \quad (9)$$

где  $T = 2\pi\Omega^{-1}$ , при условии  $m \neq n$ .

Это соображение позволяет ограничиться при вычислении выражения (8) влиянием на корреляционные свойства отраженного от ротора сигнала только для гармонических составляющих, имеющих одинаковые номера.

С учетом этого выражение (8) можно переписать в виде

$$R_a(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sum_{n=1}^N A_n^2 \cos(n\Omega_R t + \varphi_n) \cos(n\Omega_R (t - \tau) + \varphi_n) \right) dt. \quad (10)$$

Линейность интеграла как математической функции позволяет поменять местами знаки интегрирования и суммирования, в связи с чем упрощается выражение (10):

$$R_a(\tau) = \sum_{n=1}^N A_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(n\Omega_R t + \varphi_n) \cos(n\Omega_R (t - \tau) + \varphi_n) dt. \quad (11)$$

Далее, используя известные из теории радиотехнических систем преобразования, приведенные в работе [19, с. 75–76] и исследовании [20], можно привести выражение для автокорреляционной функции сигнала, отраженного от вращающегося ротора, к следующему виду:

$$R_a(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N A_n^2 (T_H - |\tau|) \cos(n\Omega_R \tau), \quad |\tau| \leq T_H. \quad (12)$$

Из выражения (12) видно, что автокорреляционная функция сигнала, отраженного от вращающегося ротора, имеет периодическую структуру. Ее периодичность, как и периодичность спектральной плотности сигнала, отраженного от вращающегося ротора, определяется частотой вращения. Конкретный вид автокорреляционной функции будет определяться в основном соотношением амплитуд спектральных компонент, возникающих в отраженном сигнале.

Получение результатов по влиянию параметров вращающейся структуры на вид автокорреляционной функции отраженного сигнала аналитическими методами затруднено, поэтому воспользуемся средствами математического моделирования.

Для получения количественных соотношений между параметрами вращающейся структуры и автокорреляционной функцией отраженного от нее сигнала воспользуемся математическим моделированием. Используемая модель была написана на языке Python.

При моделировании предполагалось, что лопасти ротора идентичны и вращение происходит с постоянной скоростью. Модель облучаемого сигнала – немодулированное гармоническое колебание с постоянной несущей частотой 10,6 ГГц.

Для первого эксперимента выбран ротор с шестью регулярно расположенными лопастями, вращающийся с частотой 20 Гц. Направление облучения совпадает с осью вращения ротора. Длительность анализируемой выборки модели отраженного сигнала составляет 1 с.

Рис. 1 иллюстрирует модель сигнала, отраженного от вращающегося ротора при выбранных условиях. Периодичность отраженного сигнала можно подтвердить также и его спектральной плотностью (рис. 2) в логарифмическом масштабе по оси ординат. Периодичность гармонических составляющих – 120 Гц, что согласуется с ожидаемым результатом.

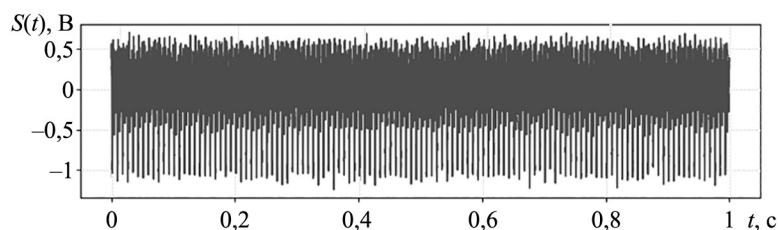


Рис. 1

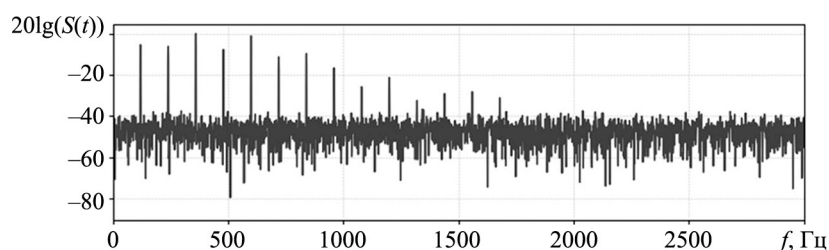


Рис. 2

Автокорреляционная функция реализации сигнала (см. рис. 1) приведена на рис. 3.

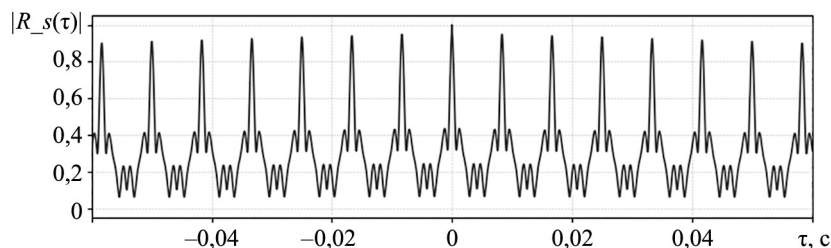


Рис. 3

Как видно (см. рис. 3), в автокорреляционной функции также наблюдается периодичность, определяемая частотой вращения ротора и числом лопастей. Период автокорреляционной функции в выбранных условиях примерно 8,3 мс. Уменьшение к периферии уровня автокорреляционной функции определяется конечной длительностью анализируемой выборки сигнала.

Как было спрогнозировано в аналитических исследованиях, автокорреляционная функция модельной реализации сигнала, отраженного от вращающегося ротора, имеет периодическую структуру. Периодичность пиков соответствует периодичности вращения ротора и количеству лопастей.

Рассмотрим далее влияние параметров вращающегося ротора на автокорреляционную функцию отраженного от него сигнала. Сначала проанализируем влияние частоты вращения ротора. Как следует из выражения (12), ожидается изменение периодичности автокорреляционной функции анализируемой выборки сигнала. При увеличении частоты ротора в полтора раза (до 30 Гц) в математической модели была получена следующая автокорреляционная функция отраженного сигнала (рис. 4).

Анализ приведенной автокорреляционной функции показал, что ее период уменьшился пропорционально увеличению частоты вращения, что свидетельствует об адекватности полученного результата.

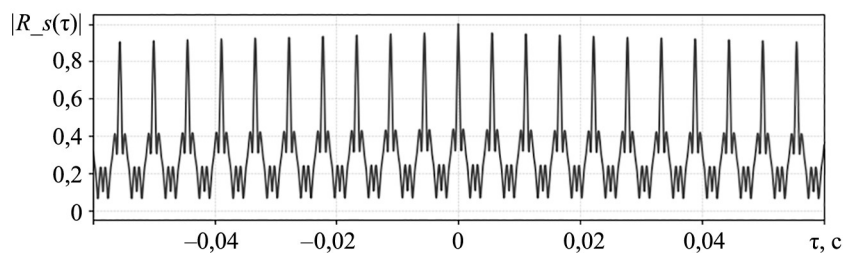


Рис. 4

Далее рассмотрим влияние радиуса лопасти вращающегося ротора на вид автокорреляционной функции отраженного от него сигнала.

Приведем графики спектральной плотности (рис. 5) и автокорреляционной функции отраженного сигнала (рис. 6) при уменьшении радиуса лопасти с 20 до 10 см. Остальные параметры ротора соответствуют начальным данным.

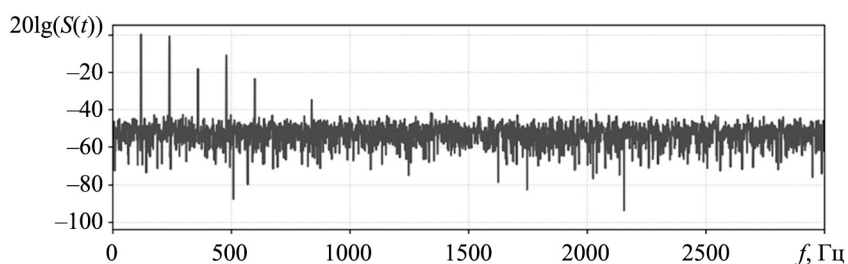


Рис. 5

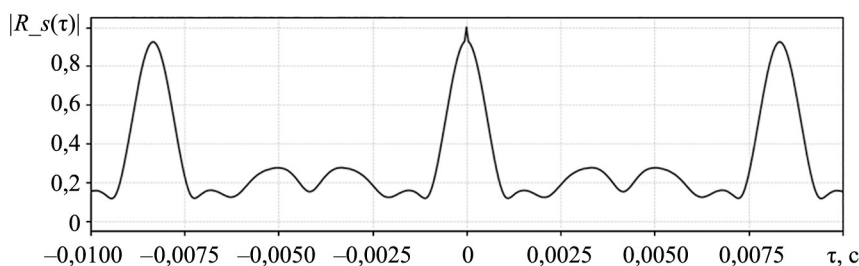


Рис. 6

Как можно заметить, уменьшение радиуса лопасти расширяет пики автокорреляционной функции и уменьшает ширину спектра отраженного сигнала. Данный результат не может быть подтвержден аналитически, исходя из анализа выражения (7).

Продemonстрируем влияние числа лопастей на вид автокорреляционной функции отраженного сигнала.

На рис. 7, а показана автокорреляционная функция отраженного сигнала при четырех лопастях у облучаемого ротора, на рис. 7, б – при восьми лопастях.

При сравнении рис. 7, а и рис. 7, б выявлено, что увеличение вдвое числа лопастей у ротора пропорционально уменьшает периодичность автокорреляционной функции отраженного от него сигнала.

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

При решении задачи обнаружения и оценки параметров сигналов, отраженных от вращающихся элементов облучаемых целей, используются различные параметрические и непараметрические методы. Для решения данной задачи возможно использовать также и автокорреляционный анализ сигналов, отраженных от вращающихся структур. Получаемая автокорреляционная функция отраженного сигнала дает возможность оценки некоторых параметров вращающихся элементов – частоты вращения и количества лопастей вращающегося объекта.

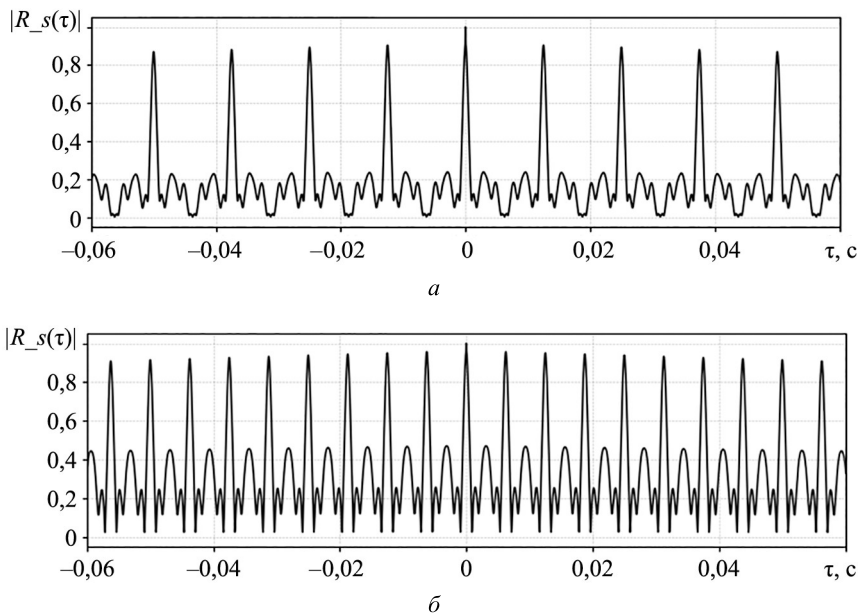


Рис. 7

Проведенные вычислительные эксперименты показали наличие зависимостей вида автокорреляционной функции отраженного сигнала от геометрических параметров облучаемого вращающегося объекта.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, номер темы FSFF-2023-0005.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриенко Г.В. и др. Радиоволновый метод диагностики внутренних дефектов полимерных композиционных материалов на основе полуконфокального резонатора // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 2. С. 149–154.
2. Дмитриенко Г.В. и др. Радиоволновые методы диагностики дефектов полимерных композиционных материалов в условиях нестационарных температур // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 2. С. 176–180.
3. Ледянкин М.А. и др. Измерение деформаций лопасти модельного несущего винта вертолета на основе радиофотонного метода // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 188–191.
4. Дмитриенко Г.В. и др. Метод вторичных волн для диагностики дефектов полимерных композиционных материалов радиоволновым методом // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 180–187.
5. Chen V.C. The Micro-Doppler Effect in Radar. Artech House, 2019. 450 p.
6. Yingying He et al. A Framework of Structural Damage Detection for Civil Structures Using Fast Fourier Transform and Deep Convolutional Neural Networks // Applied Sciences. 2021. Vol. 11. № 19. Article № 9345.
7. Klaer P. et al. An Investigation of Rotary Drone HERM Line Spectrum under Manoeuvring Conditions // Sensors. 2020. Vol. 20. № 20. Article № 5940.
8. Rajesh B., Udayarani V., Jayaramaiah G. Hanning Weighted Window Analysis Assisted Time-Series Analysis Model for Slow Moving Target Detection in Sea Clutter // International Journal of Engineering Research and Technology. 2020. Vol. 13. № 1. P. 36–47.
9. Kumar R., Saini B. Improved Image Denoising Technique Using Neighboring Wavelet Coefficients of Optimal Wavelet with Adaptive Thresholding // International Journal of Computer Theory and Engineering. 2012. Vol. 4. № 3. P. 395–400.
10. Om H., Biswas M. An Improved Image Denoising Method Based on Wavelet Thresholding // Journal of Signal and Information Processing. 2012. Vol. 3. Iss. 1. P. 109–116.
11. Razak M.K.A., Abdullah K., Halim S.A. Robustness of Modified Non-Separable Haarwavelet Transform and Singular Value Decomposition for Non-Blind Digital Image Watermarking // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. 2022. Vol. 16. Iss. 2. P. 289–316.
12. Mahieddine Latfaoui, Fethi Berekci Reguig. Time Frequency Analysis of Ultrasound Doppler Signal by S-Transform and Wigner-Ville Distribution // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. 2019. Vol. 14. № 3. P. 1220–1227.

13. *Pikula S., Beneš P.* A New Method for Interference Reduction in the Smoothed Pseudo Wigner-Ville Distribution // International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems. 2014. Vol. 7. Iss. 5. P. 1–5.
14. *Praveen N., Valarmathi J.* Modelling and Extraction Technique for Micro-Doppler Signature of Aircraft Rotor Blade // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2017. Vol. 263. Article № 052032.
15. *Liu Wei et al.* A New Joint Algorithm Based on EMD-ICA to Reduce the Cross-Term in Wigner-Vill Distribution [Electronical Resource]. URL: [https://www.researchgate.net/publication/266647131\\_A\\_New\\_Joint\\_Algorithm\\_Based\\_on\\_EMD-ICA\\_to\\_Reduce\\_the\\_Cross-Term\\_in\\_Wigner-Vill\\_Distribution](https://www.researchgate.net/publication/266647131_A_New_Joint_Algorithm_Based_on_EMD-ICA_to_Reduce_the_Cross-Term_in_Wigner-Vill_Distribution) (дата обращения: 3.11.2025).
16. *Ясенцев Д.А., Буй Чонг Нгуа.* Методы оценки параметров сигналов, отраженных от вращающихся структур // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2025. № 4. С. 41–48.
17. *Перов А.И.* Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2003. 400 с.
18. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. СПб.: Лань, 2003. 831 с.
19. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1988. 448 с.
20. *Гоноровский И.С., Демин М.П.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1994. 480 с.

Поступила в редакцию 3.12.25

После доработки 16.12.25

Принята к публикации 18.12.25

## Investigation of Autocorrelation Functions of Signals Reflected from Rotating Structures

D.A. YASENTSEV AND BUI TRONG NGHIA

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The paper discusses the issues of studying the autocorrelation functions of radio signals reflected from rotating fan blades. A brief overview is given of the techniques conventionally used to isolate signals caused by propeller modulation, and a general analytical formula is obtained for the autocorrelation function of a signal with a quasi-periodic spectral density. The results of modeling of signals reflected from a rotating fan are presented.*

**Propeller modulation, rotating parts, estimation of signal parameters, autocorrelation function**